

THÈSE

PRÉSENTÉE

AU CENTRE SCIENTIFIQUE DE SAINT DENIS
DE L'UNIVERSITE DE PARIS XIII

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Christian BUCHALET

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE
DES ESSAIS DE TRACTION A GRANDE VITESSE
RECHERCHE D'UN MODELE GENERAL DE COMPORTEMENT

Soutenue le 18 décembre 1970 devant la Commission d'Examen

MM. SAUREL Président

SAADA
LAURENT Examineurs
GRILHE

THÈSE

PRÉSENTÉE

AU CENTRE SCIENTIFIQUE DE SAINT DENIS
DE L'UNIVERSITE DE PARIS XIII

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Christian BUCHALET

**ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE
DES ESSAIS DE TRACTION A GRANDE VITESSE
RECHERCHE D'UN MODELE GENERAL DE COMPORTEMENT**

Soutenue le 18 décembre 1970 devant la Commission d'Examen

MM. SAUREL

Président

**SAADA
LAURENT
GRILHE**

Examineurs

UNIVERSITE DE PARIS XIII
CENTRE SCIENTIFIQUE DE SAINT-DENIS

0

0 0

PROFESSEURS

MM. JOZEFOWICZ Marcel	Chimie
PHAM Mau Quan	Mathématiques
SAUREL Jean	Physique
WEIGEL Dominique	Chimie
BENABOU Joseph	Mathématiques

MAITRES DE CONFERENCES

MM. PICHON Guy	Mécanique
SAADA Victor	Physique
MORLET Claude	Mathématiques
LEBLANC Noël	Mathématiques
MELA Jean-François	Mathématiques
DECOMPS Bernard	Physique
DURIER Roland	Mathématiques
DUVAUT Georges	Mathématiques
VU Hai	Physique
HENNEQUIN Jean-François	Physique
MOCH Philippe	Physique



Parvenu à cet état, le manuscrit de l'ouvrage
Philippe de Chabot de la part de son père, le duc de
V. de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.

Le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.

Le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.

Le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.
de la part de son père, le duc de V. de la part de son
père, le duc de V. de la part de son père, le duc de V.

A ma femme,

A mes parents.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au laboratoire de Métallurgie Physique du Centre de Bruyères-le-Châtel, sous la direction de Monsieur V. SAADA. Je lui témoigne ici ma profonde gratitude pour l'intérêt avec lequel il a suivi cette étude et pour les nombreux conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie Monsieur SAUREL, Doyen de la Faculté des Sciences de Saint-Denis, qui a bien voulu me faire l'honneur de s'intéresser aux résultats obtenus et d'accepter de présider la Commission d'Examen.

Je remercie également Monsieur P. LAURENT, Directeur du Centre de Bruyères-le-Châtel, et Monsieur J. GRILHE, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers, d'avoir accepté de participer à la Commission d'Examen.

Je tiens à assurer de ma reconnaissance Monsieur D. FRANCOIS, Chef de la Section Métallurgie Physique du Centre de Bruyères-le-Châtel pour son appui constant et pour les nombreuses séances de discussion au cours desquelles j'ai pu profiter de ses idées et suggestions.

Une coopération étroite avec Messieurs BOTTE et GOBIN du laboratoire de Métallurgie de l'Ecole Centrale Lyonnaise, a permis la réalisation d'études communes, dans le domaine des grandes vitesses, qui sont à l'origine de ce travail. Je les assure tous deux de ma plus profonde reconnaissance.

Au sein de l'équipe qui a participé à cette étude, je voudrais remercier le laboratoire de micrographie qui a réalisé les photos de microscopie électronique, ainsi que Monsieur DERLON qui s'est occupé avec beaucoup de compétence et d'habileté de la réalisation des dispositifs expérimentaux.

Je dois également à Monsieur JOLY, Chef du laboratoire d'Essais Mécaniques, une collaboration de tous les instants et je lui exprime toute ma gratitude pour la part qu'il a prise, tant dans la conception de l'appareillage, que dans l'interprétation des résultats expérimentaux.

Je voudrais, enfin, remercier Madame LEGOND qui a tapé cette thèse avec beaucoup d'efficacité et de patience.

S O M M A I R E

	Pages
- INTRODUCTION GENERALE	7
- CHAPITRE I : LES DEFORMATIONS A GRANDE VITESSE	11
I.1. GENERALITES	12
I.2. METHODES EXPERIMENTALES	17
I.2.1. Machines d'essai	17
I.2.1.1. Machines fonctionnant par impact	17
a) Les différentes sortes de machines à impact ..	17
b) Exemple de la barre d'HOPKINSON	19
c) Rigidité des machines d'impact	25
I.2.2. Méthodes de mesure	26
I.2.2.1. Mesure des efforts	26
I.2.2.2. Mesure des déformations	30
I.3. PROPAGATION DES ONDES	31
I.3.1. Les ondes élastiques	31
I.3.1.1. Solution particulière des équations de propa- gation dans le cas d'un barreau élastique indéfini .	32
a) Réflexion sur une surface libre	35
b) Réflexion sur une surface rigide	36
I.3.1.2. Solution générale dans le cas d'un barreau cylin- drique indéfini - Equation de POCHHAMMER pour les ondes longitudinales	36

I.3.1.3. Cas du cylindre fini	42
I.3.1.4. Propagation d'un "signal" élastique le long d'un barreau cylindrique - Inertie radiale	43
I.3.2. Les ondes plastiques	47
I.3.2.1. Les théories indépendantes de la vitesse de déformation	49
a) La théorie de KARMAN	50
b) La méthode de TAYLOR	56
c) Ondes plastiques dans un échantillon de longueur finie L.	58
I.3.2.2. Les ondes de chocs	60
I.3.2.3. Les théories dépendant de la vitesse de défor- mation	61
- La théorie de MALVERN	61
I.4. LES THEORIES MICROSCOPIQUES	67
I.4.1. Les mécanismes microscopiques des déformations et leurs liaisons avec l'aspect macroscopique	67
I.4.1.1. La multiplication des dislocations	68
I.4.1.2. Le mouvement des dislocations	75
I.4.2. Les modèles microscopiques de l'équation de plasticité .	84
I.4.2.1. Le modèle de TAYLOR	85
I.4.2.2. Le modèle de GILMAN	86
I.4.2.3. Les modèles établis à partir des mécanismes activés thermiquement	87
- CHAPITRE II : TENTATIVE D'INTERPRETATION THEORIQUE D'UN ESSAI DE TRACTION A GRANDE VITESSE	97
II.1. INTRODUCTION	98
II.2. HYPOTHESES ET EQUATIONS DE DEPART	101

II.3. ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DEFORMATION A GRANDE VITESSE	105
II.3.1. La machine d'essai	105
II.3.2. Les moyens de mesure	111
II.3.2.1. Mesure des contraintes	111
II.3.2.2. Enregistrement des déformations	115
II.3.3. Discussion des enregistrements	122
II.3.4. Vitesse de déformation plastique	124
II.4. DETERMINATION DE LA FONCTION DE PLASTICITE	125
II.4.1. Densité et vitesse des dislocations	125
II.4.2. Vitesse de déformation plastique	128
II.4.3. Choix des paramètres	131
II.4.4. Modèle discontinu	135
II.4.4.1. Choix des paramètres	138
II.5. Résultats et comparaison avec l'expérience	143
II.5.1. Résultats	148
II.5.2. Comparaison avec l'expérience	154
II.6. Conclusions	159
- CHAPITRE III : ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT	
DYNAMIQUE D'UNE EPROUVETTE DE CUIVRE ...	161
III.1. INTRODUCTION	162
III.2. CHOIX DU MATERIAU	163
III.3. STRUCTURE	166
III.4. VITESSE DE MISE EN CHARGE	172
III.5. ETUDE DE LA DEFORMATION PLASTIQUE	177
III.5.1. Evolution de la contrainte	177
III.5.2. Evolution de la déformation	179
III.5.2.1. Cinématographie ultra-rapide	179
III.5.2.2. Enregistrement de la déformation par jauges ..	182

III.5.3. Interprétation des résultats expérimentaux	184
III.5.3.1. Aspects macroscopiques	184
a) Précurseur élastique	184
b) Influence de $\dot{\epsilon}$	186
c) Vitesse de propagation des ondes élastiques	188
III.5.3.2. Aspect microscopique	189
III.6. ALLONGEMENT A LA RUPTURE	194
III.7. CONCLUSION ET DISCUSSION	196
 - CONCLUSION GENERALE	199
- BIBLIOGRAPHIE	202
- ANNEXE 1	219
- ANNEXE 2	222
- ANNEXE 3	229
- ANNEXE 4	247
- TABLEAUX	251
- FIGURES	252

R E S U M E

Notre étude porte sur des échantillons soumis à des tractions dynamiques correspondant à des vitesses de déformation de 10^2 s^{-1} à 10^4 s^{-1} , pour lesquelles les variables d'état du matériau (déformation, contrainte, vitesse de déformation) ne sont plus homogènes. Les phénomènes de propagation doivent donc être pris en considération.

Il n'est pas possible, en fait, de déterminer expérimentalement les variables d'état, en tout point et à tout instant. C'est pourquoi nous avons effectué une analyse mathématique du problème.

Nous partons de l'hypothèse que, pour la géométrie que nous utilisons (échantillons cylindriques, ondes élastiques et plastiques planes), l'équation phénoménologique de comportement est de la forme proposée par MALVERN :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon)$$

où E est le module d'YOUNG du matériau et $g(\sigma, \varepsilon)$ une fonction inconnue que l'on dénomme "fonction de plasticité" et qui représente la vitesse de déformation plastique $\dot{\varepsilon}_p$.

De nombreuses expressions empiriques ont été données à cette fonction de plasticité qui ne rendent pas compte d'une façon satisfaisante de tous les aspects expérimentaux du comportement des matériaux étudiés.

C'est pourquoi nous avons essayé de déterminer cette fonction en nous appuyant sur les mécanismes microscopiques qui contrôlent la déformation, ce qui semble être une façon plus physique d'aborder le problème, lorsque les nombreuses expériences faites depuis vingt ans fournissent des résultats disparates et parfois contradictoires.

L'étude expérimentale a été faite sur deux matériaux de structure cristalline différente dans le but de rechercher une fonction de plasticité propre à chacun d'eux et de voir si l'équation de comportement utilisée était générale et rendait compte de leur comportement dynamique.

L'étude comporte trois chapîtres :

Le premier est consacré à des généralités sur les déformations à grande vitesse et présente certaines machines utilisées ainsi que les principales méthodes de mesure.

Il rappelle ensuite quelques résultats relatifs aux ondes élastiques planes et longitudinales dans les solides cylindriques et aux phénomènes d'inertie radiales apparaissant lors de la propagation de ces ondes dans les échantillons.

Après la présentation des deux théories les plus classiques sur la propagation des "ondes élasto-plastiques", un aperçu est donné sur les relations qui peuvent rapprocher les phénomènes microscopiques de l'aspect macroscopique des enregistrements et, quelques modèles, élaborés à partir de ces relations, sont présentés.

Dans le chapitre II, un modèle théorique, basé sur la théorie des dislocations a été établi afin d'expliquer le comportement d'un acier ferritique à 17 % de chrome soumis à un essai de traction à grande vitesse. Comme le propose GILMAN, la vitesse des dislocations mobiles a été prise de la forme : $v = v_{\infty} \exp. \left(- \frac{2 \tau_0}{\sigma} \right)$. Afin de rendre compte de l'existence, observée expérimentalement, d'un pic dans l'enregistrement de la contrainte en fonction du temps, à l'extrémité encastrée de l'éprouvette et d'un maximum de la vitesse de déformation plastique, décalé par rapport au maximum de la contrainte, il a fallu supposer que la densité des dislocations mobiles augmentait très rapidement au début de la déformation (phénomène d'avalanche) et atteignait ensuite une valeur constante (saturation). Aux équations de propagation des ondes (équations de conservation du moment et de continuité) est adjointe l'équation de comportement mécanique proposée par MALVERN : $g(\sigma, \epsilon) = \frac{\partial \epsilon}{\partial t} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t}$. Ce système de trois équations aux dérivées partielles est intégré par la méthode des caractéristiques en faisant varier les paramètres de la fonction de plasticité $g(\sigma, \epsilon)$. Le calcul a montré que la densité initiale des dislocations devait être prise égale à 5.10^6 cm^{-2} et la densité finale à 5.10^7 cm^{-2} . La vitesse limite des dislocations mobiles doit être de 3000 m/s et le paramètre τ_0 intervenant dans l'expression de la vitesse doit être égal à 150 hbar. Une comparaison est faite entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques qui présentent un très bon accord.

Bien qu'il y ait une grande différence, surtout au voisinage de la limite élastique, entre les enregistrements de la contrainte, lors d'essais à faible et à grande vitesse, on peut penser qu'un même mécanisme (désancrage des dislocations) contrôle la limite élastique statique et dynamique. Quand on augmente la vitesse de traction,

le nombre de dislocations desancrées, pour une contrainte voisine de la limite élastique statique, est insuffisant pour accomoder la déformation imposée.

Or, la vitesse de déformation, qui est proportionnelle au produit de la densité des dislocations mobiles par la vitesse de ces dislocations, indique que cette dernière doit être plus grande. Comme cette vitesse est une fonction croissante de la contrainte appliquée, celle-ci doit être également plus importante.

Lorsque la contrainte atteint une valeur suffisante, un grand nombre de dislocations sont arrachées à leurs points d'ancrage et la contrainte se relaxe brutalement, ce qui se traduit par un "pic" sur l'enregistrement dynamique de la force appliquée en fonction du temps.

Le chapitre III est consacré à une étude expérimentale sur le cuivre en vue de rechercher si le modèle établi pour l'acier peut être généralisé à des matériaux ayant des structures différentes et pour lesquels des mesures directes de densité et de vitesse des dislocations peuvent être faites.

Des éprouvettes de cuivre pur (99,99 %) polycristallin ont été soumises à des essais de traction dynamique, à des vitesses de sollicitation comprises entre 10 et 50 m s⁻¹.

Les enregistrements, par cinématographie ultra-rapide de l'évolution, au cours du temps, de la déformation le long de l'éprouvette, mettent en évidence l'existence de trois stades successifs dans la propagation des ondes plastiques.

- Stade I : la déformation, amorcée à l'extrémité mobile de l'éprouvette se propage sous la forme d'ondes dont la vitesse dépend du niveau de déformation selon une loi en bon accord avec la théorie proposée par VON KARMAN, qui suppose l'existence d'une relation (σ, ε) indépendante de la vitesse de déformation :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$$

- Stade II : quand un certain niveau de déformation plastique est atteint à l'extrémité mobile (environ 13 %), la déformation se propage sous la forme d'une bande d'amplitude décroissante, se déplaçant à une vitesse d'environ 400 m s^{-1} .
- Stade III : la déformation se poursuit ensuite à vitesse sensiblement homogène le long de l'éprouvette.

Les enregistrements de la contrainte à l'extrémité fixe présentent un palier d'une durée égale au temps mis par la déformation plastique pour atteindre cette extrémité : l'amplitude de ce palier est égale à la limite élastique dynamique qui, dans la gamme de vitesse explorée est constante. Cette limite élastique dynamique semble toutefois supérieure à la limite élastique statique (5 hbar environ en dynamique, contre 4 hbar en statique).

Après ce palier, la contrainte augmente rapidement en fonction du temps puis se stabilise à une valeur légèrement supérieure à la résistance maximale observée en statique.

Un calcul effectué à partir des courbes contrainte-déformation statique et dynamique donne une valeur, pour le volume d'activation, de l'ordre de 500 b^3 , ce qui semble indiquer que le même mécanisme contrôle la limite élastique statique et dynamique puisque des essais de relaxation effectués par FELTHAM sur un cuivre de même pureté donnent une valeur identique.

Ce volume d'activation correspondrait à un mécanisme de franchissement de la "forêt" ou de mouvement de crans.

L'observation en microscopie électronique par transmission d'un échantillon recuit, non déformé, révèle un début de structure cellulaire des dislocations avec une taille moyenne des cellules égale à 2μ environ et des parois minces. Après déformation dynamique, les parois sont considérablement épaissies, mais la taille des cellules n'a pas varié sensiblement sauf aux endroits où la déformation est importante (voisinage de la cassure) où elles s'allongent suivant une même direction.

On peut alors supposer que le stade I de l'évolution de la déformation plastique correspond à l'épaississement des parois des cellules, tandis que le stade III traduit la déformation de ces cellules.

0

0 0

INTRODUCTION GENERALE

Ce travail a été réalisé dans le laboratoire d'essais mécaniques de Bruyères-le-Châtel (C.E.A.) dans le cadre d'études visant à une meilleure connaissance du comportement dynamique des métaux.

Nos recherches se situent dans la gamme de vitesse de déformation allant de 10^{-2} s^{-1} à 10^4 s^{-1} . Le tableau A établi par LINDHOLM (1^{*}) indique la nature des phénomènes qui se produisent (dans notre cas, propagation d'ondes élasto-plastiques) et les types d'appareils nécessaires pour effectuer des études de déformation à des vitesses comprises entre 10^{-8} et 10^7 s^{-1} .

Notre travail a donc pour but de contribuer à la connaissance des phénomènes physiques se produisant dans une éprouvette déformée à des vitesses pour lesquelles le cisaillement n'est pas négligeable par rapport à la compression hydrostatique.

Ce genre d'étude devrait par la suite permettre de faire la liaison entre les essais mécaniques classiques et les phénomènes d'ondes de choc dans les solides où la pression dans le matériau devient suffisante pour être considérée comme hydrostatique (la partie sphérique du tenseur des contraintes est très grande devant le déviateur).

Vitesse de déformation en s ⁻¹	Désignation	Type d'appareil	Phénomènes caractéristiques	Prise en compte des forces d'inertie
	Impact à très grande vitesse	Canon à gaz léger ou projectile envoyé par explosif	Propagation d'ondes de choc	
	Dynamique Impact	Impact mécanique ou explosif	Propagation d'ondes élasto-plastiques	
	Dynamique lent	Hydraulique ou pneumatique	Résonance mécanique	Forces d'inertie négligeables
	Statique	Machine hydraulique ou à vis	Essai à vitesse de déformation constante	
	Fluage	Machine à charge ou contrainte constante	Evolution de la déformation et de la vitesse de fluage en fonction du temps	

TABLEAU A

Les différents régimes de mise en charge (d'après LINDHOLM)

L'étude entreprise fait suite aux travaux menés en commun par notre laboratoire et le laboratoire de l'Ecole Centrale Lyonnaise qui avaient pour but l'établissement et la vérification expérimentale d'un modèle (142), à partir de relations phénoménologiques liant la contrainte, la déformation et la vitesse de déformation.

Nous avons, pour notre part, essayé d'introduire les mécanismes microscopiques de la déformation dans la recherche de l'équation de comportement qui lie les variables d'état du matériau.

Le premier chapitre présente certaines machines utilisées et les principales méthodes de mesure.

Il rappelle ensuite quelques résultats relatifs aux ondes élastiques planes et longitudinales dans les solides de forme cylindrique et aux phénomènes d'inertie radiale apparaissant lors de la propagation de ces ondes dans les échantillons.

Les deux théories les plus classiques sur la propagation des ondes plastiques sont alors présentées.

Enfin, un aperçu est donné sur les relations qui peuvent relier les phénomènes microscopiques à l'aspect macroscopique des enregistrements et quelques modèles élaborés à partir de ces relations sont présentés.

En s'appuyant sur ces dernières idées, un modèle de comportement est exposé dans le chapitre II, pour une éprouvette d'acier tirée à une vitesse de 50 m s^{-1} et l'étude expérimentale montre la bonne représentativité de ce modèle.

Le chapitre III est consacré à une étude expérimentale sur le cuivre en vue de rechercher si le modèle établi pour l'acier peut être généralisé à des matériaux ayant des structures différentes et pour lesquels des mesures directes de densité et de vitesse des dislocations peuvent être faites.

Cette dernière partie de l'étude n'est pas achevée, mon départ du Commissariat à l'Energie Atomique ne me donnant pas le temps de faire des expériences complémentaires afin de préciser les mécanismes proposés pour expliquer la déformation.

0

0 0

CHAPITRE I

LES DEFORMATIONS A GRANDE VITESSE

I.1. GENERALITES.

L'intérêt pour les déformations plastiques à grande vitesse des solides, ne s'est éveillé réellement que depuis la dernière guerre. Dès lors, il n'a cessé de croître et aujourd'hui, nombreux sont les domaines qui se rattachent à ces problèmes délicats.

Les armes nouvelles nécessitent une connaissance approfondie des ondes plastiques dans les matériaux et de nombreux programmes de calcul ont été élaborés à partir de modèles unidimensionnels ou bidimensionnels.

L'impact des météorites sur les satellites et les vaisseaux spatiaux, l'exploitation des gisements pétrolifères par explosion atomique, les procédés de formage et soudage par explosion, etc... sont autant de domaines qui nécessitent l'étude de la réponse des roches, des métaux ou des plastiques à des sollicitations dynamiques.

Au cours du siècle précédent, la théorie de la propagation des ondes élastiques dans les solides a été élaborée par les grands physiciens que furent STOKES, POISSON, RAYLEIGH et KELVIN. Ces travaux ont été poursuivis et élargis par LAMB et LOVE. Les connaissances acquises ont permis aux physiciens d'aborder les problèmes de propagation d'ondes dans les matériaux anélastiques

(nous verrons plus loin les réserves qu'il convient de formuler sur le terme d'onde plastique) possédant des courbes contrainte-déformation non linéaires, dépendant du temps, de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et présentant des boucles d'hystérésis. (La déformation ϵ d'un petit élément de longueur dx , est :

$$\epsilon = \frac{u_2 - u_1}{dx}$$

où u_2 et u_1 sont les déplacements des extrémités de l'élément).

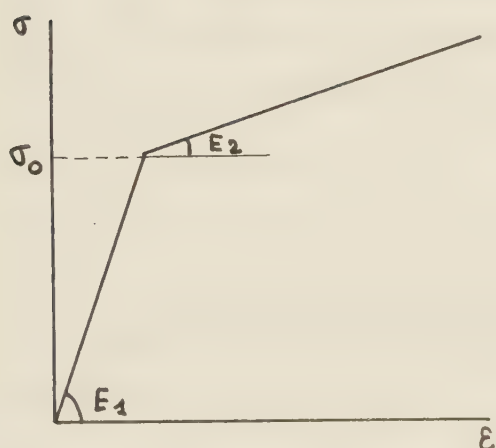


Figure 1.1.

La première étude de ce genre a été faite en 1930 par DONNELL (1) qui a considéré la propagation d'un ébranlement le long d'une barre mince d'un matériau présentant une courbe contrainte-déformation de modules E_1 et E_2 (Fig. 1.1.).

DONNELL a montré que deux ondes se propagent le long de la barre à des vitesses respectives de $(E_1 / \rho)^{1/2}$ et $(E_2 / \rho)^{1/2}$ et à des niveaux correspondant à la limite élastique σ_0 et à la contrainte d'impact σ_I .

Après la guerre des solutions pour des courbes contrainte déformation plus générales ont été obtenues indépendamment en Angleterre et en Union Soviétique (consulter 2 et 3), en particulier par Th. VON KARMAN et P. DUWEZ (4).

Les courbes contrainte-déformation présentaient une limite élastique marquée et une concavité vers l'axe des déformations. L'application d'une contrainte constante σ à l'extrémité d'une barre produit une onde élastique d'amplitude ϵ_0 correspondant à la limite élastique σ_0 et se propageant à la vitesse C_0 des ondes élastiques. A la suite de ce précurseur élastique, se propage à la vitesse C_1 un front plastique de niveau ϵ_1 en arrière duquel la contrainte, la déformation et la vitesse particulaire sont constantes ($\sigma_1, \epsilon_1, v_1$). Entre le front élastique et le front plastique, la déformation passe de façon continue de la valeur ϵ_0 à la valeur ϵ_1 et chaque niveau de déformation ϵ se propage à la vitesse :

$$C = \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right)^{1/2} \quad 1.1.$$

La vitesse à laquelle l'extrémité de la barre se déplace est alors :

$$v = - \int_0^{\epsilon_1} \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\epsilon} \right)^{1/2} d\epsilon \quad 1.2.$$

La première vérification expérimentale de la théorie a été faite par DUWEZ et CLARK (5) qui ont mesuré la distribution de la déformation permanente sur un fil de cuivre tiré dynamiquement par la chute d'un poids. En utilisant la courbe contrainte-déformation statique, ils ont trouvé une bonne concordance avec les formules précédentes, bien que des différences significatives entre les mesures

et les calculs aient été observées, qui sont dues très vraisemblablement à l'effet de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. BELL (6) a effectué une petite variation dynamique de contrainte sur une barre préalablement

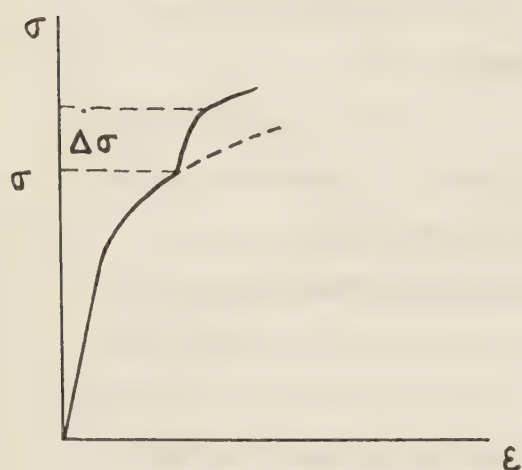


Figure 1.2.

chargée à une contrainte supérieure à la limite élastique statique. Cette perturbation, d'après la théorie précédente, devrait se propager à la vitesse donnée par l'équation 1.2. Or, la vitesse mesurée est égale à C_0 vitesse des ondes élastiques (Fig.1.2.), ce qui indique que la réponse du matériau est sensible à la vitesse de déformation.

Les travaux de BELL ont été repris et poursuivis par STERNGLASS et STUART (7), ALTER et CURTIS (8) et fournissent des résultats identiques.

L'effet de $\dot{\epsilon}$ et la nécessité de tenir compte de la propagation des ondes conduisent à des études expérimentales délicates dont l'interprétation présente de grosses difficultés, notamment, en raison de l'impossibilité d'obtenir des courbes contrainte-déformation à "vitesse de déformation" constante, à cause de l'hétérogénéité des variables dans l'espace.

C'est essentiellement à cause de ces difficultés que la plupart des études expérimentales ont été effectuées sur des échantillons de faible longueur pour lesquels il est possible de négliger les phénomènes de propagation d'ondes.

Les résultats obtenus à partir de ces expériences ont permis à certains chercheurs de constater que $\dot{\epsilon}$ avait peu d'influence sur le comportement du matériau qu'ils étudiaient et ils ont alors adopté la théorie de Th. VON KARMAN.

D'autres chercheurs ont observé, au contraire, que ce facteur avait une influence et préfèrent utiliser les théories qui tiennent compte de $\dot{\epsilon}$, en particulier celle de MALVERN (9) qui fut l'un des premiers dans cette voie.

En fait, nous verrons plus loin qu'un matériau peu sensible à la vitesse a un comportement qui est assez bien décrit par une théorie du type VON KARMAN, tandis que la théorie de MALVERN représente mieux un matériau sensible à la vitesse de déformation ; cette sensibilité pouvant d'ailleurs varier avec les conditions de l'essai.

Quelques études plus générales ont été entreprises ces dernières années grâce à l'évolution des machines d'essai et des appareils de mesure.

La plupart de ces études proposent des équations empiriques qui vérifient plus ou moins bien le comportement macroscopique d'une éprouvette soumise à un essai mécanique.

Le but de notre étude est de voir comment ces études phénoménologiques peuvent se raccorder à une étude plus fine des mécanismes microscopiques de la déformation plastique du matériau utilisé.

1.2. METHODES EXPERIMENTALES.

1.2.1. Machines d'essai.

Nous avons vu dans l'introduction qu'à chaque gamme déterminée de vitesse correspondait des machines d'essai particulières.

Entre 10 et 10^4 unités de déformation par seconde, se situent les essais à "grande vitesse" et deux catégories de machines sont utilisées : celles fonctionnant par détente rapide d'un gaz sous pression et celles utilisant l'impact d'un marteau massif.

Une étude assez complète de ces deux catégories d'appareils a été faite par KRAFFT (10) dont nous allons reprendre les principaux aspects, en ce qui concerne les machines à "impact" puisque l'appareil que nous utilisons pour nos essais est de ce type.

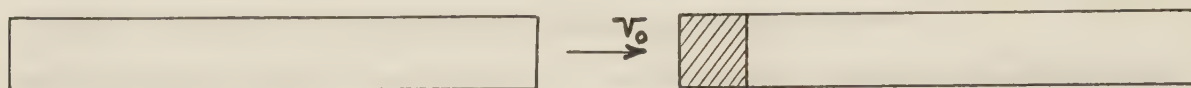
En ce qui concerne les machines fonctionnant par détente rapide d'un gaz sous pression, disons qu'elles sont utilisées à des vitesses relativement faibles pour effectuer la transition entre les essais statiques et dynamiques (11) à (18).

1.2.1.1. Machines fonctionnant par impact.

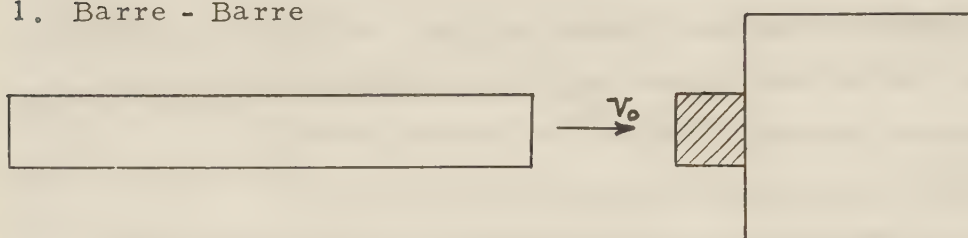
a) Les différentes sortes de machines à "impact".

Les premiers essais par impact ont été réalisés par HOPKINSON (19) en 1870. Les vitesses de sollicitation obtenues sont, en général, plus élevées que précédemment.

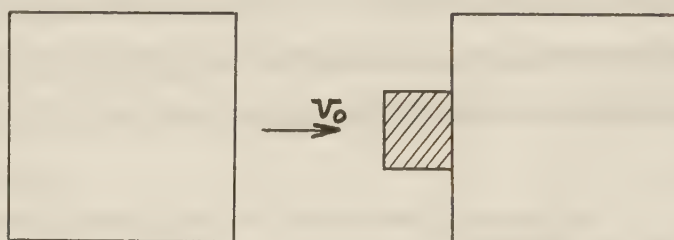
Toutes les machines peuvent se rattacher à l'une ou l'autre des trois catégories présentées sur la Fig. 1.3.



1. Barre - Barre



2. Block - Barre



3. Block - Block

Figure 1.3.

L'élément provoquant le choc a une vitesse de translation initiale égale à v_0 . Considérons par exemple ce qui se passe dans le cas 2. Lorsque la barre percute l'échantillon, l'extrémité de celui-ci prend une vitesse v . Il se propage alors dans la barre une onde élastique de vitesse $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ avec une vitesse particulière $(v_0 - v)$ dans un repère lié à cette barre.

La contrainte dans la barre est alors :

$$\sigma = \frac{E}{C} (\nu_o - \nu) = \frac{E}{C} \left(\frac{C E_o}{E} - \nu \right)$$

La vitesse de l'extrémité de l'échantillon est donc :

$$\nu = (\sigma_o - \sigma) \frac{C}{E} \quad 1.3.$$

Si l'on peut mesurer ν , la déformation est obtenue par intégration :

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\ell_o} \int_0^{t_F} \nu(t) dt \quad 1.4.$$

b) Exemple de la barre d'HOPKINSON.

En fait, le système barre - barre est le plus souvent utilisé en raison de son temps de réponse et de la facilité de mesure des contraintes.

La figure 1.4. représente un dispositif courant.

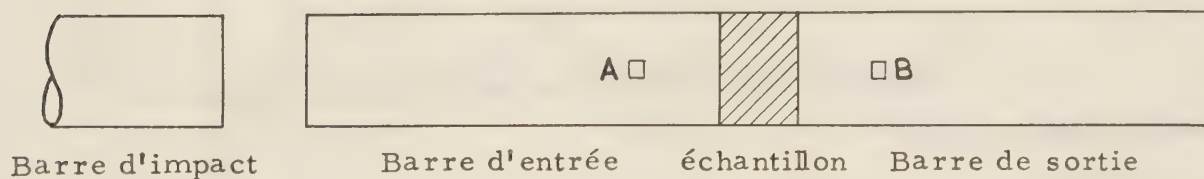


Figure 1.4.

Des jauges placées en A et B enregistrent la contrainte de chaque côté de l'échantillon.

La figure 1.5. représente les notations adoptées.

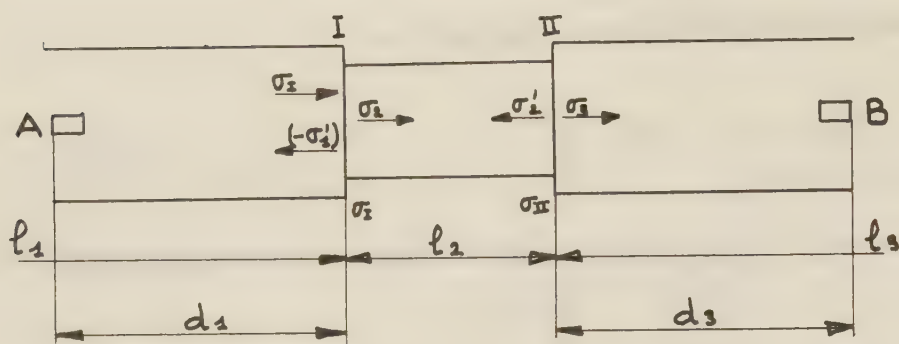


Figure 1.5.

Des enregistrements types obtenus sur une machine construite dans notre laboratoire sont présentés Figure 1.6. L'échantillon est un Aluminium A 9 recuit. Les courbes du haut et du bas donnent l'enregistrement de la jauge placée en A et en B respectivement.

L'explication théorique de ces enregistrements est donnée Figure 1.7.

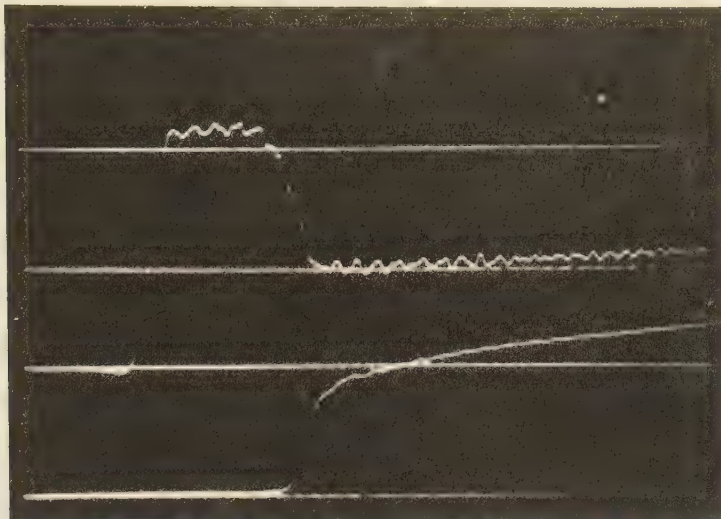


Figure 1.6

Exemple type d'enregistrement
Balayage 20 μ s carreau

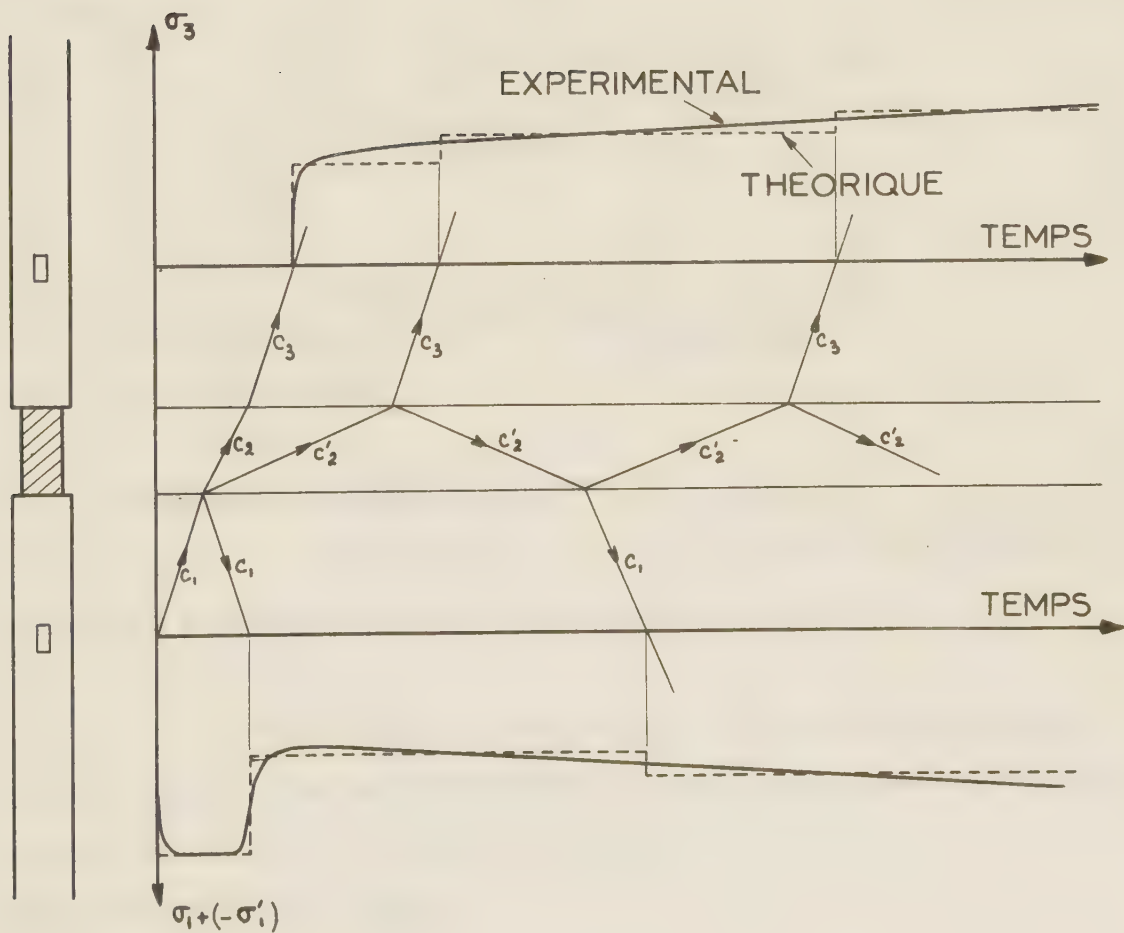


Figure 1.7

Explication théorique de la figure 1.6

Les enregistrements permettent de calculer, selon une méthode établie par SIMMONS HAUSER et DORN (20), les valeurs moyennes de la contrainte, de la déformation et de la vitesse de déformation en fonction du temps , en supposant que ces grandeurs sont homogènes dans l'échantillon. Cette approximation est légitime dans le cas d'un échantillon court (quelques millimètres). Dans ce cas en effet, le temps de propagation des ondes dans l'échantillon est petit en comparaison de la durée de l'essai, ce qui permet d'atteindre rapidement une distribution homogène de la contrainte et de la déformation.

La contrainte et la déformation moyennes sont :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} [\sigma_1 + (-\sigma'_1) + \sigma_3] \quad 1.5.$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{l_1 \rho_1 c_1} \int_0^t [\sigma_1 - (-\sigma'_1) - \sigma_3] dt \quad 1.6.$$

La figure 1.8. indique la méthode graphique d'intégration de l'équation 1.6.

En dérivant par rapport au temps, l'expression de la déformation moyenne :

$$\dot{\epsilon}_{\text{moy}} = \frac{1}{\ell_2 \rho_1 c_1} \left[\sigma_1 - (-\sigma'_1) - \sigma_3 \right] \quad 1.7'$$

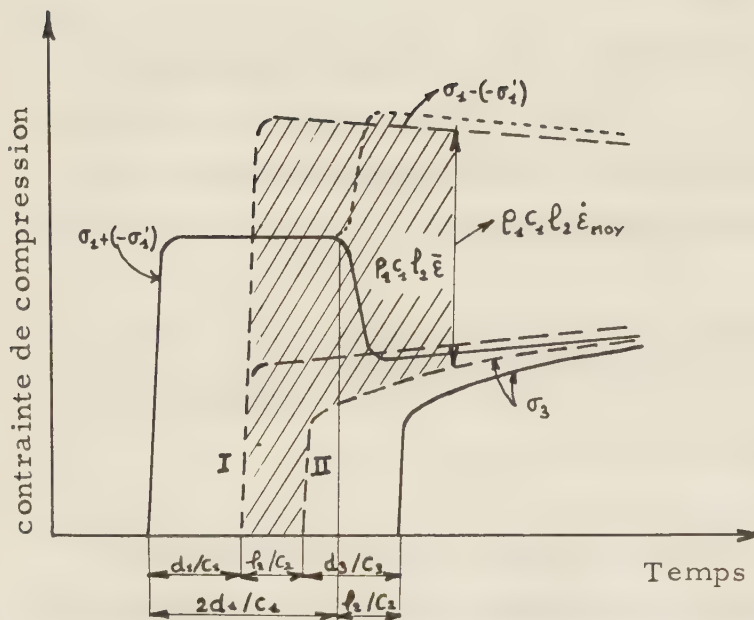


Figure 1.8.

Méthode graphique de calcul de la déformation.

On obtient de cette façon, une représentation paramétrique de la contrainte et de la déformation, ce qui permet d'obtenir la courbe contrainte - déformation ainsi que la valeur de la vitesse de déformation à chaque instant.

Cette méthode a été utilisée par VOLTERRA (21) pour étudier des plastiques. KRAMER et MADIN (22) ont utilisé des barres posées sur un support pendulaire pour mesurer le retard à l'écoulement plastique sur des monocristaux de laiton et d'aluminium.

Une vitesse suffisante pour déformer des échantillons d'acier a été obtenue en projetant la barre d'impact à l'aide d'un fusil (23). CLARK et DUWEZ (24), RAMBERG et IRWIN (25) ont préféré accélérer le block plutôt que la barre.

Les systèmes "block - block" ont été employés également, en raison de leur simplicité et de leur rigidité. La mesure des contraintes s'avère toutefois difficile et nécessite l'introduction d'une partie élastique qui diminue la rigidité.

L'appareil le plus courant est un marteau monté en pendule. Il a été utilisé par BARON (26), BROWN et EDMUNDS (27) et KOERBER et STORP (28).

Des poids libres ou guidés verticalement ont servi à d'autres chercheurs, tels que WARNOCK et TAYLOR (29), WELTER et MORSKI (30), HOPPMAN (21) VIGNESS et al. (32) Des machines un peu plus élaborées ont été utilisées par RIPARBELLI (33) et par BROOKES et RIDDAWAY (34) où le marteau était mis en mouvement par un gaz sous pression.

D'autres types d'appareillages ont été développés ; en particulier des volants d'inertie que l'on rencontre chez MANN (35), CLARK et DATWYLER (36), MANJOINE et NADAI (37), ROUSSEAU et GOBIN (38), (39).

La machine de MANN a été utilisée par FEHR, PARKER et de MICHAEL (40).

Des essais de torsion dynamiques peuvent être réalisés à l'aide des volants d'inertie, comme dans les travaux de ITIHARA (41), WORK et DOLAN (42) et CALVERT (43).

Signalons enfin, la machine de traction de notre laboratoire qui est du type barre - block et que nous décrirons plus loin.

c) Rigidité des machines d'impact.

La définition donnée précédemment n'est pas valable en raison des phénomènes d'inertie. KRAFFT (13) suggère :

$$R_I = \frac{\Delta P}{\Delta \left(\frac{d\ell}{dt} \right)} = \frac{\Delta P}{\Delta v} \quad 1.8.$$

Avec ce critère, la rigidité d'une barre est $\frac{EA}{C}$ soit environ 500 hbar/mm/sec. pour une barre de 12 mm de diamètre.

En effet :

$$\Delta P = A \Delta \sigma$$

où A est la section de la barre et $\Delta \sigma$ la variation de contrainte dans la barre qui s'exprime encore :

$$\Delta \sigma = \rho c \Delta v = \frac{E}{c} \Delta v$$

E est le module d'YOUNG de la barre, c la vitesse de propagation des ondes élastiques et Δv la variation de vitesse particulaire.

D'où :

$$R_I = \frac{\Delta P}{\Delta v} = \frac{EA}{c}$$

1.2.2. Méthodes de mesure.

1.2.2.1. Mesure des efforts.

Lors d'un essai dynamique, il est impossible de faire une mesure en continu des contraintes le long de l'échantillon car leur répartition n'est pas homogène. Deux techniques sont habituellement utilisées pour la détermination de l'évolution des contraintes en des points discrets :

- la mesure par jauges extensométriques.
- la mesure des vitesses particulières.

Ce dernier type de mesure n'a pas été utilisé dans le cadre de cette étude, aussi nous n'en parlerons pas. Des applications de ces techniques peuvent se trouver dans la littérature (44) à (48).

La méthode de mesure des contraintes par jauges extensométriques est la plus couramment employée en raison de sa simplicité. En général, quatre jauges sont collées sur un dynamomètre élastique et montées en pont de WHEATSTONE. La figure 1.9. montre le montage utilisé sur notre machine.

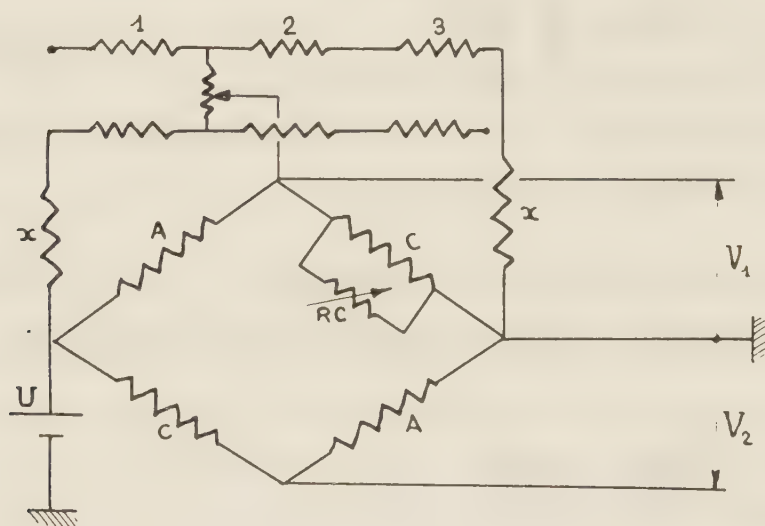


Figure 1.9.

A sont les jauges actives, C les jauges de compensation destinées à éliminer les effets de flexion qui peuvent se produire si l'axialité n'est pas parfaitement réalisée.

L'ensemble des résistances en parallèle sur les branches du pont servent à l'équilibrage statique. Un système analogue de capacités réalise l'équilibrage en régime transitoire.

R_C est une résistance de calibrage. La technique de la mesure et de l'étalonnage sera exposée plus loin lors de la présentation de notre dispositif expérimental.

La tension de déséquilibre du pont lors du passage du signal est :

$$\Delta V \sim \frac{U}{\alpha} \frac{\Delta R}{R}$$

$\alpha = 2$ pour 2 jauges actives

$\alpha = 4$ pour 1 jauge active

où U est la tension continue d'alimentation, R la variation de résistance de la jauge qui est proportionnelle à son allongement:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l}$$

1.9.

k = facteur de jauge (~ 2)

La contrainte dans la barre est donc :

$$\sigma = \frac{2E}{U} \frac{\Delta V}{k}$$

1.10.

Un certain nombre de précautions doivent être prises dans ces mesures :

- 1) Le dynamomètre élastique supportant les jauges doit être suffisamment long pour éviter les réflexions d'ondes parasites au cours de l'essai.
- 2) Les jauges doivent être les plus courtes possibles par rapport au temps de montée du signal. Cette condition semble bien respectée dans nos essais puisque nous observons des temps de montée de l'ordre de $10 \mu s$ ce qui correspond à un étalement du front de 50 mm, largement supérieur à la dimension des jauges.
- 3) La longueur des jauges semble donc un facteur négligeable. Par contre, il faut faire extrêmement attention à la bande passante de l'électronique utilisée; en particulier, à celle de l'oscilloscope cathodique (49).
- 4) Le diamètre du dynamomètre doit être choisi de façon à pouvoir négliger l'hétérogénéité de la déformation dans une section. D'après RIPPERGER (50) cette hypothèse est justifiée si la durée de l'impulsion est au moins une dizaine de fois supérieure au temps mis par une onde de vitesse $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ pour parcourir le diamètre de la barre.
- 5) Il faut faire attention aux effets magnétostrictifs qui apparaissent dans certains types de jauges "isoélastiques" en Elinvar (36 % Ni, 12 % Cr). Au signal proportionnel à la déformation se superpose un signal proportionnel à la vitesse de déformation. Cet effet, observé par KRAFFT (51) a été interprété par MEITZLER (52) et VIGNESS (53).

Pour terminer, signalons une méthode de photo-élasticité dynamique utilisée par BOHLER et SCHUMANN (54) permettant de déterminer les directions et les valeurs des contraintes principales, en fonction du temps, dans un état de contrainte bidimensionnel, à l'aide de trois signaux photo-électriques simultanés. Ces signaux sont obtenus par biréfringence et interférences des rayons lumineux provenant d'un laser, dans l'échantillon lui-même.

1.2.2.2. Mesure des déformations.

La mesure locale des déformations peut être réalisée par des jauges à haute élongation collées sur l'échantillon lui-même. Cette méthode a été utilisée dans notre laboratoire et permet une bonne précision dans la mesure des déformations élastiques et plastiques jusqu'à 4 % environ.

BELL (55) a mis au point une méthode optique d'amplification des déplacements. Un réseau de 300 traits/mm est fait sur l'échantillon. Les rayons monochromatiques arrivant sur le réseau sont diffractés et l'angle de diffraction dépend de la déformation et de la rotation de la surface.

D'après BELL, l'erreur totale n'exéderait pas $\pm 5\%$; et des déformations allant jusqu'à 8 % peuvent être mesurées.

La cinématographie ultra-rapide permet également de mesurer l'évolution de la déformation, en fonction du temps, dans l'éprouvette.

STEIDEL et MAKEROF (56) mesurent l'allongement total d'une éprouvette en fonction du temps à l'ai de d'une caméra FASTAX à 8 000 images/seconde.

L'appareil que nous avons utilisé ici est une caméra ultra-rapide à fente du Laboratoire Central de l'Armement, qui permet de filmer un réseau de traits brillants tracé sur l'éprouvette et par là, de dessiner la carte des déformations des différentes sections en fonction du temps. Cette méthode, sur laquelle nous reviendrons plus tard, a été mise au point dans notre laboratoire par Messieurs JOLY et FRANCOIS (57) et permet de détecter des allongements inférieurs à 1 % sur des éprouvettes de 2 mm de longueur.

I.3. PROPAGATION DES ONDES.

I.3.1. Ondes élastiques.

La propagation des ondes élastiques dans les solides a été étudiée de façon approfondie par RAYLEIGH (58), LOVE (59), KOLSKY (60), POTCHHAMMER (61), DAVIES (62), STONELEY (63).

Certaines difficultés demeurent néanmoins dans la recherche de solutions exactes pour le cas de solides de dimensions finies et pour la propagation de signaux élastiques discrets.

Dans ce paragraphe, nous présenterons les résultats dans des cas particuliers, pour des solides de forme cylindrique semblable à celle des éprouvettes utilisées dans nos essais.

1.3.1.1. Solution particulière des équations de propagation dans le cas d'un barreau élastique indéfini.

Avant d'aborder le problème d'une façon générale, nous allons considérer le cas où la longueur d'onde Λ du signal est grande devant le diamètre de la barre. Dans le cas de nos essais sur acier, $C \sim 5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$ et $T \sim 80 \mu\text{s}$, ce qui donne une longueur d'onde de l'ordre de 50 cm, nettement plus grande que le diamètre de l'éprouvette qui est de 3 mm.

Nous envisagerons le cas d'une onde plane longitudinale pour laquelle la contrainte est constante dans une section donnée. L'équation du mouvement peut alors s'obtenir directement (Fig. 1.10).

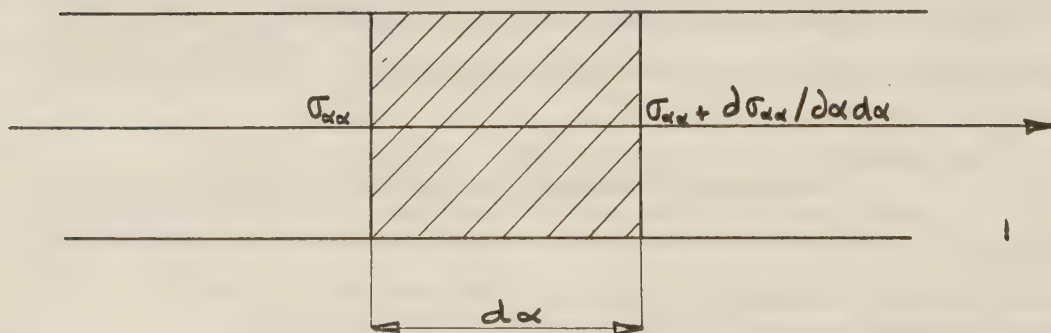


Figure 1.10.

D'après l'équation fondamentale du mouvement,
si A est la section, ρ la densité et α la coordonnée de LAGRANGE
d'une section (annexe 1) :

$$\rho A d\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = A \frac{\partial \sigma_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} d\alpha$$

Comme : $\sigma_{\alpha\alpha} = E \frac{\partial u}{\partial \alpha}$, l'équation précédente devient :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} = 0 \quad 1.11.$$

La solution de l'équation 1.11. s'écrit :

$$u = f(C_0 t - \alpha) + g(C_0 t + \alpha) \quad 1.12.$$

avec : $C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 1.13.

Remarque :

Les contractions et extensions longitudinales des
sections du barreau provoquent, en fait, des contractions et extensions
latérales. Le rapport entre ces déformations latérales et longitudinales
est égal à ν , module de POISSON. De ce mouvement, il résulte une
distribution non uniforme des contraintes dans une même section et en
conséquence, une distorsion des sections planes.

Cet effet latéral sera discuté un peu plus loin et on montrera qu'il devient important lorsque les longueurs d'ondes du signal deviennent du même ordre de grandeur que le diamètre du barreau.

Considérons l'équation 1.12. pour une onde se propageant vers les x décroissants :

$$u = f(c_0 t + \alpha)$$

En différenciant par rapport à x et à t successivement :

$$\frac{\partial u}{\partial \alpha} = f'(c_0 t + \alpha)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_0 f'(c_0 t + \alpha)$$

D'où :

$$c_0 \frac{\partial u}{\partial \alpha} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

Comme : $\frac{\partial u}{\partial \alpha} = \frac{\sigma_{\alpha\alpha}}{E}$ il vient :

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{E}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} = \rho c_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad 1.14.$$

Cette équation montre l'existence d'une relation linéaire entre la contrainte en un point et la vitesse de la particule, le rapport ρc_0 représentant "l'impédance caractéristique".

C_0 étant indépendant de la fréquence de l'onde, un signal de contrainte dont les harmoniques ont des longueurs d'ondes grandes par rapport au diamètre du barreau, se propagera sans dispersion.

a) Réflexion sur une surface libre.

Sur une surface libre, les déplacements dus aux ondes incidentes et réfléchies sont :

$$u_1 = F(C_0 t + \alpha)$$

$$u_2 = f(C_0 t - \alpha)$$

En écrivant que la contrainte est nulle à cette extrémité :

$$E \left(\frac{\partial u_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial u_2}{\partial \alpha} \right) = E \left[F'(C_0 t + \alpha) - f'(C_0 t - \alpha) \right] = 0$$

Cette équation montre que la forme de l'onde réfléchie est la même que celle de l'onde incidente mais de signe opposé : une onde de compression se réfléchira suivant une onde de tension et inversement.

Le déplacement à l'extrémité libre ($\alpha = 0$) est $2 F(C_0 t)$ et la vitesse de cette surface libre est deux fois plus grande que celle des particules quand l'onde incidente parcourt le barreau.

b. Réflexion sur une surface rigide.

Le déplacement de l'extrémité encastrée ($\alpha = 0$) est nul :

$$f(C_0 t) = -g(C_0 t)$$

D'où :

$$u_1 = -u_2$$

et la contrainte $E \frac{\partial u_1}{\partial \alpha}$ correspondant à l'onde réfléchie est égale à $E \frac{\partial u_1}{\partial \alpha}$

Une onde de compression se réfléchit suivant une onde de compression sur une surface rigide.

La valeur de la contrainte à cette extrémité est double de la contrainte dans le barreau pendant le passage de l'onde incidente.

1.3.1.2. Solution générale dans le cas d'un barreau cylindrique indéfini : équations de POCHHAMMER pour les ondes longitudinales.

Les équations générales ont été obtenues par POCHHAMMER en 1876 (61) et indépendamment par CHREE en 1889 (64).

Les solutions font apparaître les fonctions de BESSEL de première espèce d'ordre zéro et d'ordre un, pour lesquelles on peut se contenter du terme linéaire, pourvu que le rayon a du barreau soit très inférieur à Λ , longueur d'onde du signal.

On obtient, dans ce cas, "une équation aux fréquences" de la forme :

$$\left[\frac{8\pi^2}{\Lambda^2} - \frac{\omega^2}{\mu} \rho \right] \lambda' a \left[q'^2 + \frac{d\omega^2 \rho}{\mu(\lambda + 2\mu)} \right] = \frac{8\pi^2}{\Lambda^2} \lambda' a q'^2$$

$$\text{où} \quad q'^2 = \frac{4\pi^2}{\Lambda^2} \left[\frac{C_\Phi^2}{C_1^2} - 1 \right]$$

$$\lambda'^2 = \frac{4\pi^2}{\Lambda^2} \left[\frac{C_\Phi^2}{C_2^2} - 1 \right]$$

C_Φ est la vitesse de phase.

En rejetant la solution $s' = 0$ qui correspond aux ondes se propageant à la vitesse $C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ l'équation aux fréquences se réduit à :

$$C_\Phi^2 = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\rho(\lambda + \mu)} = \frac{E}{\rho} = C_0^2 \quad 1.15.$$

On retrouve la solution particulière obtenue dans le paragraphe précédent.

En tenant compte des termes en a^2 dans le développement des fonctions de BESSEL, l'équation "aux fréquences" prend la forme :

$$\frac{C_{\Phi}}{C_0} = 1 - \pi^2 \nu^2 \left(\frac{a}{\Lambda} \right)^2 \quad 1.16.$$

$$\nu = \frac{\mu}{2(\mu + \lambda)} \quad (\text{coefficient de POISSON})$$

L'équation 1.16. a également été obtenue par RAYLEIGH (58) à l'aide de considérations sur l'énergie associée au mouvement latéral du barreau.

L'équation 1.16. montre que C_{Φ} décroît avec Λ et s'annule pour :

$$\Lambda = \pi \nu a$$

Cette équation n'est valable que dans le cas :

$$\underline{\Lambda \gg a}$$

De l'équation 1.16. on peut déduire la vitesse de groupe C_g :

$$C_g = C_{\Phi} - \Lambda \frac{d C_{\Phi}}{d \Lambda} \quad 1.17.$$

$$\frac{C_g}{C_0} = 1 - 3 \nu^2 \pi^2 \left(\frac{a}{\Lambda} \right)^2 \quad 1.18.$$

La vitesse de groupe s'annule pour une longueur d'onde

$$\Lambda = \pi \nu a \sqrt{3}$$

Les courbes obtenues d'après les équations 1.16. et 1.18. sont représentées en pointillé sur les figures 1.11. et 1.12. pour $\nu = 0,29$ (acier).

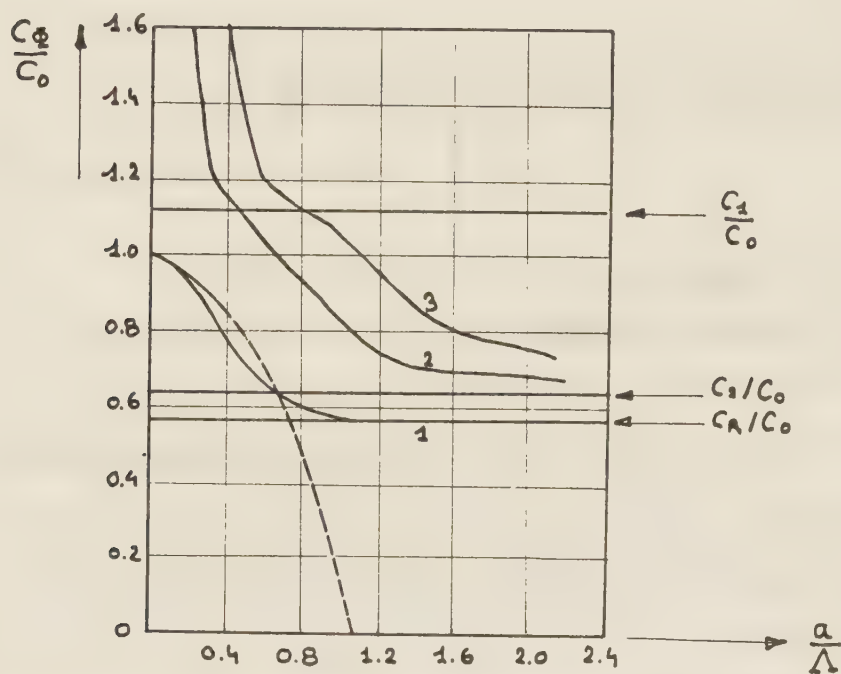


Figure 1.11.

(d'après KOLSKY)

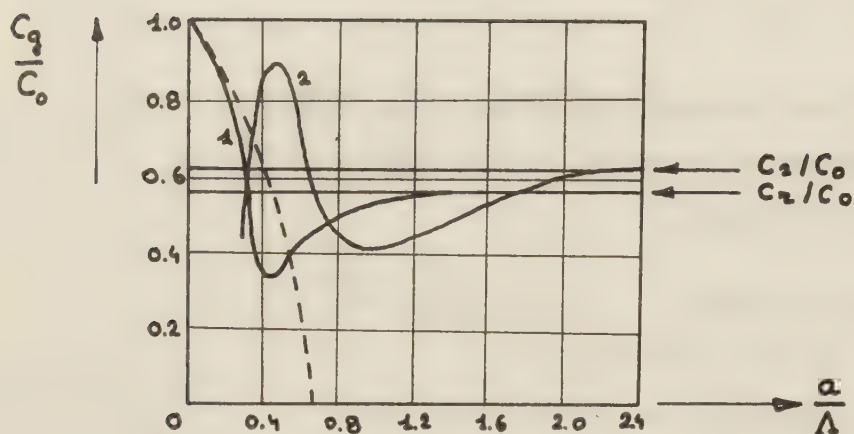


Figure 1.12.
(d'après KOLSKY)

Lorsque l'on ne fait plus d'approximations dans le développement en série des fonctions de BESSEL intervenant dans l'équation "aux fréquences", on obtient une équation beaucoup plus compliquée.

Cette équation possède plusieurs racines, chacune d'elles correspondant à un mode de vibration déterminé. Les courbes 1, 2 et 3 de la figure 1.11. représentent les valeurs calculées par DAVIES (61) pour les trois premières racines de l'équation "aux fréquences". Sur cette figure, les valeurs $\frac{C_1}{C_0}$, $\frac{C_2}{C_0}$ et $\frac{C_R}{C_0}$ sont indiquées.

Ces trois rapports s'expriment en fonction de ν :

$$\frac{C_1^2}{C_0^2} = \frac{1+2\mu}{E} = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad 1.19.$$

$$\frac{C_2^2}{C_0^2} = \frac{\mu}{E} = \frac{1}{2(1+\nu)} \quad 1.20.$$

Le rapport $\frac{C_R}{C_2}$, où C_R est la vitesse des ondes de RAYLEIGH, est donné par une équation aux fréquences obtenue par des conditions aux limites particulières (58).

La figure 1.11. montre que l'approximation de RAYLEIGH représente correctement la réalité tant que : $\frac{a}{\Lambda} < 0,7$. Pour des valeurs supérieures de ce rapport, la vitesse de phase du 1^{er} mode tend asymptotiquement vers la vitesse des ondes de surface C_R .

On peut remarquer sur la figure 1.11. que pour les modes > 1 et pour des valeurs $\frac{a}{\Lambda}$ faibles, la vitesse de phase devient supérieure à C_1 . Cependant, cette vitesse ne correspond pas à la transmission d'énergie qui se fait à la vitesse C_g .

Sur la figure 1.11. on peut encore remarquer que l'approximation de RAYLEIGH est valable pour les faibles valeurs de $\frac{a}{\Lambda}$ mais que les vitesses ne dépassent pas C_1 . Sur les courbes 1 et 2

on remarque deux extrêêmes opposés pour $a / \Lambda = 0,45$, ce qui signifie que lorsqu'un signal se propage dans un barreau suivant le mode 1, les composants de FOURIER ayant des longueurs d'ondes égales à 0,45 fois le rayon du barreau se retrouveront à la queue du signal.

1.3.1.3. Cas du cylindre fini.

Lorsque le cylindre est limité par deux plans de sections $z = 0$ et $z = l$, et, lorsque ces sections sont libres de traction, σ_{zz} et σ_{zr} doivent être nuls pour $z = 0$ et $z = l$.

La solution est alors de la forme :

$$\begin{aligned} u_r &= \left[A_n \frac{\partial J_0(q'n)}{\partial n} + \frac{n\pi}{\ell} C_n J_1(\lambda'n) \right] \sin \frac{n\pi z}{\ell} \cos(p_n t + \varepsilon) \\ u_z &= \left\{ \frac{n\pi}{\ell} A_n J_0(q'n) + C_n \left[\frac{dJ_1(\lambda'n)}{d\lambda} + \frac{J_1(\lambda'n)}{n} \right] \right\} \cos \frac{n\pi z}{\ell} \cos(p_n t + \varepsilon) \end{aligned} \quad 1.21.$$

Le rapport $\frac{A_n}{C_n}$ est obtenu pour les conditions sur $r = a$.

$\frac{2\pi}{\Lambda}$ est remplacé par $\frac{n\pi}{\ell}$ et $p_n \sim C_0 \frac{n}{\ell}$ pour $a \ll \ell$.

Cette solution satisfait la condition $\sigma_{zz} = 0$ à $z = 0$ et $z = l$, mais ne satisfait pas $\sigma_{zr} = 0$ sur ces surfaces.

Cependant, puisque $\sigma_{zr} = 0$ pour $r = a$, pour toutes valeurs de z σ_{zr} est très faible en tous points des sections terminales $z = a$ et $z = \ell$ lorsque a est petit devant ℓ .

Si dans u_r on introduit $\cos \frac{n\pi z}{\ell}$ et dans $u_z, (-\sin \frac{n\pi z}{\ell})$ on obtient une solution du problème des vibrations longitudinales dans un cylindre dont les deux sections extérieures sont fixes.

1.3.1.4. Propagation d'un "signal" élastique le long d'un barreau cylindrique - Inertie radiale.

La théorie élémentaire de la propagation d'une onde élastique le long d'un barreau cylindrique prévoit que les ondes longitudinales se propagent sans dispersion.

L'étude de POCHHAMMER montre que la vitesse de propagation des ondes sinusoïdales longitudinales dépend de leur longueur d'onde. Ces ondes subissent donc une dispersion dans leur propagation.

Si l'on veut appliquer les résultats de la théorie exacte à la propagation d'un signal, il faut pouvoir le décomposer en série de FOURIER.

DAVIES (62) a examiné le cas d'un signal longitudinal périodiquement répété et celui d'un signal infiniment court et d'amplitude infinie. Il a montré qu'un signal, dont la largeur initiale était du même ordre de grandeur que le rayon, subissait une distorsion en se propageant et que le signal principal était suivi par un train d'oscillation de grande fréquence. Il a confirmé ces résultats expérimentalement et a montré qu'ils pouvaient se déduire de l'équation corrigée de RAYLEIGH 1.25. qui tient compte de l'inertie radiale.

SKALAK (65) a traité complètement le problème pour un signal rectangulaire de largeur semi-infinie appliqué à un barreau cylindrique semi-infini. La figure 1.13. montre l'aspect du front d'onde obtenu après un temps suffisamment long.

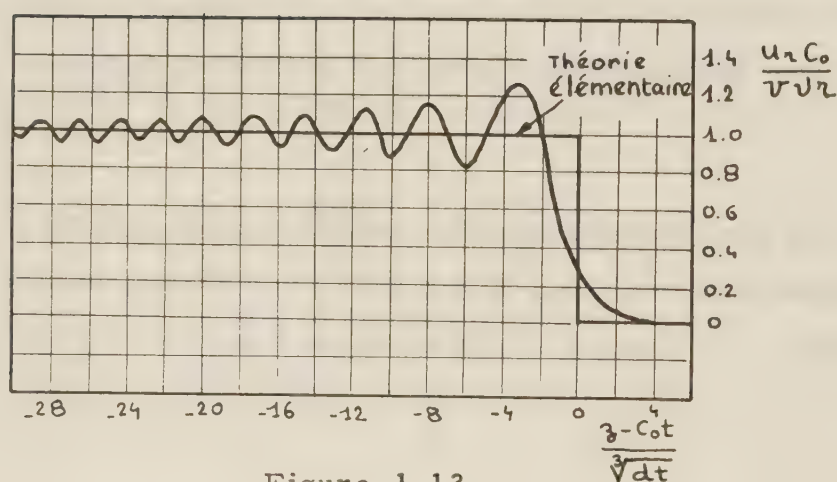


Figure 1.13.

Le fait que l'allure de ce front concorde avec les profils obtenus par DAVIES conduit SKALAK à penser que les effets constatés sont dus à l'inertie radiale.

CURTIS (66), d'autre part, a observé une forme d'onde qui se différencie de celle de la figure 1.14. à une distance faible de l'extrémité sollicitée de la barre ($z/a = 79$), différence qu'il n'observe plus à une distance plus grande ($\frac{z}{a} = 294$). CURTIS attribue cette différence à la présence de composants dus à la contribution du second mode de vibration.

En conclusion, on peut dire que l'inertie radiale est responsable de la dispersion du front d'onde et des oscillations qui suivent le signal principal. Cet effet est pris en compte par l'équation 1.16.:

$$\frac{C_{\Phi}}{C_0} = 1 - \pi^2 \nu^2 \left(\frac{a}{\Lambda} \right)^2$$

Pour un signal donné, l'effet varie avec le carré du rayon et devient négligeable lorsque $\frac{a}{\Lambda}$ est petit ($\leq \frac{1}{10}$).

Le tableau B donne les valeurs des constantes élastiques et des vitesses de propagation pour quelques matériaux.

	Acier	Cuivre	Aluminium	Verre	Caoutchouc
Constantes élastiques en hbar.					
λ	$11,2 \cdot 10^3$	$9,5 \cdot 10^3$	$5,6 \cdot 10^3$	$2,8 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^2$
μ	$8,1 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^3$	$2,8 \cdot 10^3$	$7,0 \cdot 10^{-2}$
E	$21 \cdot 10^3$	$12 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$	$2,0 \cdot 10^{-1}$
k	$16,7 \cdot 10^3$	$12,5 \cdot 10^3$	$7,3 \cdot 10^3$	$4,7 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^2$
ν	0,29	0,34	0,34	0,25	0,5
Densité ρ (gcm ⁻³)	7,8	8,9	2,7	2,5	0,93
Vitesses (m s ⁻¹)					
C_1	5940	4560	6320	5800	1040
C_2	3220	2250	3100	3350	27
C_o	5190	3670	5090	5300	46
C_R	5420	2120	2920	3080	26

TABLEAU B

Valeurs approximatives des constantes élastiques
et de la vitesse des ondes élastiques dans quelques
matériaux (d'après KOLSKY).

I.3.2. Ondes plastiques.

Bien que le terme "d'onde plastique" soit employé très couramment, sa signification est cependant imprécise.

En effet, la déformation plastique est provoquée par le mouvement de dislocations qui réagissent les unes sur les autres ; la notion d'onde n'apparaît pas clairement et, il serait plus rigoureux de parler de front plastique.

Nous verrons, d'ailleurs, dans le cas d'une éprouvette d'acier, qu'il n'est pas possible de parler d'ondes plastiques.

Néanmoins, lorsque la limite élastique du matériau est égale ou inférieure à la contrainte d'écoulement, il est commode, du point de vue phénoménologique, d'introduire la notion d'onde plastique.

Dans le paragraphe précédent, nous avons considéré la propagation des ondes dans des milieux parfaitement élastiques où le niveau de contrainte était suffisamment faible pour que les déplacements soient proportionnels aux efforts.

Le problème général de la propagation des contraintes dans un milieu non linéaire est extrêmement difficile. Dans ce paragraphe, nous nous placerons dans un cas très particulier d'uniaxialité et de planéité des ondes.

La résolution mathématique du problème nécessite l'adjonction d'une troisième équation aux deux équations de conservation du moment et de la masse. Cette relation supplémentaire pourrait être l'équation de l'énergie. Malheureusement l'énergie interne qui intervient dans cette équation est difficilement accessible et les essais effectués ne sont pas tout à fait adiabatiques, ce qui nécessiterait de tenir compte des échanges de chaleur avec le milieu extérieur.

C'est pour cette raison que l'on remplace l'équation de l'énergie par une équation de "comportement" entre les variables d'état. Cette façon de faire est générale et plus commode mais rien ne dit que l'équation de conservation de l'énergie est automatiquement vérifiée dès que l'équation de comportement l'est, et il convient de faire des réserves quant à la validité des théories élaborées.

La recherche de l'équation de comportement n'est pas aisée et c'est pour cette raison que la majorité des chercheurs se sont placés dans des conditions expérimentales leur permettant de négliger les phénomènes de propagation.

Pour cela, ils ont effectué leurs expériences sur des échantillons minces où les variables d'état sont rapidement homogènes. Cette hypothèse est en particulier à peu près justifiée dans les expériences effectuées à la barre d'HOPKINSON, sur des échantillons très minces.

RAKHMATULIN (67), TAYLOR (68), VON KARMAN et DUVEZ (4) ont été les premiers à considérer le problème d'un point de vue théorique en supposant que la contrainte en un point ne dépendait que de la déformation, la relation contrainte-déformation pouvant toutefois être différente suivant la vitesse de déformation.

Nous verrons plus loin que cette théorie est assez bien vérifiée pour des matériaux peu sensibles à la vitesse de déformation comme les matériaux cubiques faces centrées.

Elle est par contre incapable de rendre compte de certains phénomènes expérimentaux observés sur des matériaux cubiques centrés qui sont très sensibles au paramètre vitesse de déformation.

Ces effets dynamiques sont par contre assez bien expliqués par des théories dérivant de celle exposée par MALVERN (9), qui fait intervenir les dérivées des variables d'état par rapport au temps dans l'équation de comportement du matériau.

Ce sont ces deux théories que nous allons présenter dans ce paragraphe.

1.3.2.1. Les théories indépendantes de la vitesse de déformation.

Le problème peut être traité en coordonnées de LAGRANGE comme l'a fait VON KARMAN ou en coordonnées Eulériennes comme l'a fait TAYLOR. On trouvera en annexe 1 une définition des variables de LAGRANGE et d'EULER.

a) Théorie de KARMAN.

Nous considérons un barreau de longueur infinie dont l'une des extrémités acquiert brusquement une vitesse V_I au temps $t = 0$, cette vitesse étant maintenue constante pour $t > 0$.

On suppose que le matériau est élastique jusqu'à une valeur donnée de la contrainte σ_0 et qu'au delà de cette valeur la courbe contrainte - déformation prend la forme : $\sigma = \sigma(\epsilon)$. Cette relation est supposée indépendante de la vitesse de chargement.

On néglige en outre les effets d'inertie radiale. Considérons une section du barreau qui pour $t = 0$ est à une distance de l'extrémité mobile prise comme origine.

On a vu au paragraphe I.3.1.1. que l'équation du mouvement s'écrivait :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha}$$

où u est le déplacement et α la coordonnée de LAGRANGE d'une section (annexe 1).

σ est ici la force agissant sur le barreau, divisée par la section initiale.

Si l'on suppose que :

$$\sigma = \sigma(\varepsilon)$$

l'équation précédente devient :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$$

avec : $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial \alpha}$ 1.22.

Soit : $\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2}$ 1.23.

D'après l'équation 1.12. une solution particulière de 1.23. est immédiate :

$$u = v_1 \left[t + \frac{\alpha}{c_1} \right] \quad 1.24.$$

Cette solution satisfait la condition à la limite pour $\alpha = 0$;

La déformation est constante pour cette solution :

$$\varepsilon_1 = \frac{v_1}{c_1}$$

On obtient une deuxième solution en posant :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\alpha^2}{t^2} \quad 1.25.$$

Comme $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ est uniquement fonction de ε , ε est fonction de la seule variable ξ : $\xi = \frac{\alpha}{t}$, $\varepsilon = f(\xi)$

Le déplacement s'écrit :

$$u = \int_{-\infty}^{\alpha} \frac{\partial u}{\partial \alpha} d\alpha = \int_{-\infty}^{\alpha} f(\xi) d\alpha = t \int_{-\infty}^{\alpha} f(\xi) d\xi$$

En dérivant :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\xi^2}{t} f'(\xi)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} = \frac{1}{t} f'(\xi)$$

En reportant dans l'équation 1.23. on obtient deux solutions possibles :

$$\rho \xi^2 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

$$f'(\xi) = 0$$

1.26.

L'équation 1.26. correspond à la solution 1.24.

La solution complète est alors la suivante :

1°) Pour $|\alpha| < C_1 t$, la déformation est constante et égale à ε_r .

2°) Pour $C_1 t < |\alpha| < C_0 t$:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \rho \frac{\alpha^2}{t} = \rho c^2$$

3°) Pour $|\alpha| > C_0 t$: $\varepsilon = 0$

La figure 1.14. représente l'évolution de la déformation en fonction de la vitesse de propagation de l'onde :

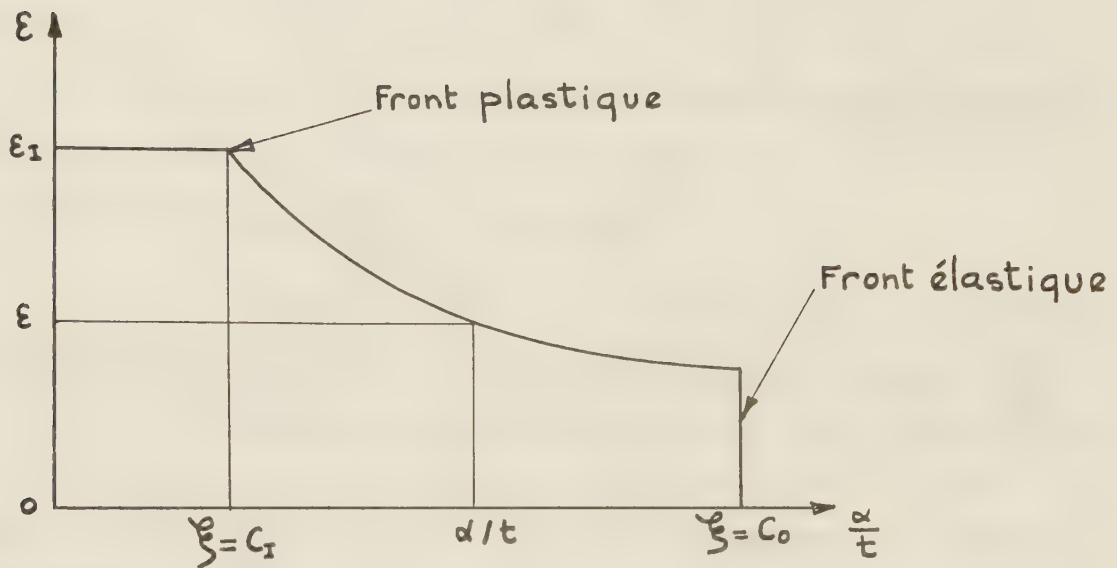


Figure 1.14.

Pour des valeurs de ε telles que l'on se trouve en deçà de la limite élastique, $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ est égal à E module d'YOUNG.

L'onde élastique se propage donc à la vitesse $C_0 = (E / \rho)^{1/2}$. Entre le front plastique qui se propage à la vitesse C_I et le front élastique, la déformation est variable et tout incrément de déformation $d\varepsilon$ à partir de ε se propage à la vitesse

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} \quad \text{correspondant à la valeur } \varepsilon .$$

Le problème est maintenant de déterminer C_I et ε_I en fonction de V_I vitesse d'impact :

$$V_I = \frac{u(0,t)}{t} = \int_{\infty}^0 f(\xi) d\xi$$

et d'après la figure 1.14. :

$$V_I = - \int_0^{\varepsilon_I} \xi d\varepsilon = - \int_0^{\varepsilon_I} \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)^{1/2} d\varepsilon \quad 1.27.$$

Si $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ est une fonction connue de ε , la relation précédente donne la valeur ε_I en fonction de la vitesse d'impact V_I .

En deçà de la limite élastique, $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E$ et l'on retrouve l'équation 1.14. :

$$\sigma_I = E \varepsilon_I = \rho C_0 V_I$$

Pour la plupart des matériaux, $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ tend vers 0 pour des valeurs importantes de ε et l'on casse pour une valeur critique ε_c . La théorie de VON KARMAN prévoit donc une vitesse critique V_c au dessus de laquelle, le matériau casse instantanément.

En général les courbes contrainte-déformation des matériaux ont une concavité positive vers l'axe de déformation. Il en résulte que $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ décroît lorsque ε croît et comme la vitesse de propagation est $C = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$, les ondes de grande amplitude vont moins vite que celles de faible amplitude et le profil des ondes s'étale au cours du temps dans le matériau.

Cependant, on a pu montrer (69) que la concavité des courbes $\sigma(\epsilon)$ dépendait du produit de la vitesse de mise en charge par le temps de relaxation à contrainte constante du matériau.

En particulier, si ce produit est inférieur à σ_0 limite élastique, la concavité est vers les σ positifs. Dans ce cas, les ondes de grande amplitude rattrapent les ondes de plus faible amplitude, le front se raidit et il y a formation d'une "onde de choc" dans le matériau.

VON KARMAN et son équipe (4) et (5) ont entrepris des vérifications expérimentales de cette théorie et la concordance entre théorie et expérience est assez satisfaisante. Ils ont vérifié l'existence d'un palier de déformation au voisinage de l'extrémité mobile. Les écarts quantitatifs observés ont été attribués à l'influence du paramètre "vitesse de déformation".

C'est pourquoi d'autres chercheurs comme KOLSKY et DOUCH (70), BELL (71) ont suggéré que la courbe $\sigma(\epsilon)$ était différente pour un essai dynamique et qu'il fallait utiliser cette courbe et non la courbe statique.

CLARK et WOOD (72), POND et GLASS (73) ont déterminé des vitesses critiques d'impact pour des métaux et alliages polycristallins et pour des monocristaux d'aluminium respectivement.

Nous pouvons signaler dès à présent que la théorie de VON KARMAN n'est pas vérifiée dans les essais que nous avons effectués sur de l'acier et pour lesquels il est nécessaire de tenir compte de l'influence de la vitesse de déformation plastique.

b) Méthode de TAYLOR.

Dans le problème précédent, nous avons suivi le déplacement et les déformations d'un petit cylindre de matière au cours du temps. Ici, nous allons considérer un petit cylindre identique de l'espace et nous regarderons ce qui entre et ce qui sort de ce cylindre. x est l'abscisse d'une section.

Ecrivons la loi fondamentale de la dynamique ou de la quantité de mouvement

$$\frac{\rho_0 A_0}{1+\varepsilon} \left[\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right] \partial x = A_0 \frac{\partial \sigma}{\partial x} \partial x \quad 1.28.$$

Soit :

$$\frac{\rho_0}{1+\varepsilon} \left[\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right] = \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$$

où $v = \frac{\partial u}{\partial t}$ représente la vitesse particulière.

L'équation de continuité est obtenue en écrivant que la variation de masse par unité de longueur pendant δt est égale à la différence des masses entrant et sortant de l'élément δx pendant δt divisée par δx :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = (1 + \varepsilon) \frac{\partial v}{\partial x} \quad 1.29.$$

Les équations précédentes sont identiques aux équations d'une onde plane d'amplitude finie dans un solide compressible (74).

EARNSHAW a résolu ce problème en posant :

$$v = f(\varepsilon)$$

Les équations se réduisent alors à l'expression :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} \right)^2 = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

Soit :

$$v = - \int_0^{\varepsilon} \left[\frac{1}{\rho_0} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right]^{1/2} d\varepsilon$$

On retrouve ici le résultat obtenu par la méthode de LAGRANGE (1.27.)

En remplaçant $\frac{d\rho}{d\varepsilon}$ par sa valeur dans 1.29. :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \left[v + (1 + \varepsilon) \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{d\varepsilon} \right)^{1/2} \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0$$

ou en posant :

$$C = (1 + \varepsilon) \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{d\varepsilon} \right)^{1/2} \quad 1.30.$$

Il vient :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (C + v) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0 \quad 1.31.$$

Pour des points qui se meuvent à la vitesse $(C + v)$, ε et σ sont constants.

c) Ondes plastiques dans un échantillon de longueur finie L.

Considérons pour simplifier un matériau dont la courbe contrainte-déformation est représentée Figure 1.15.

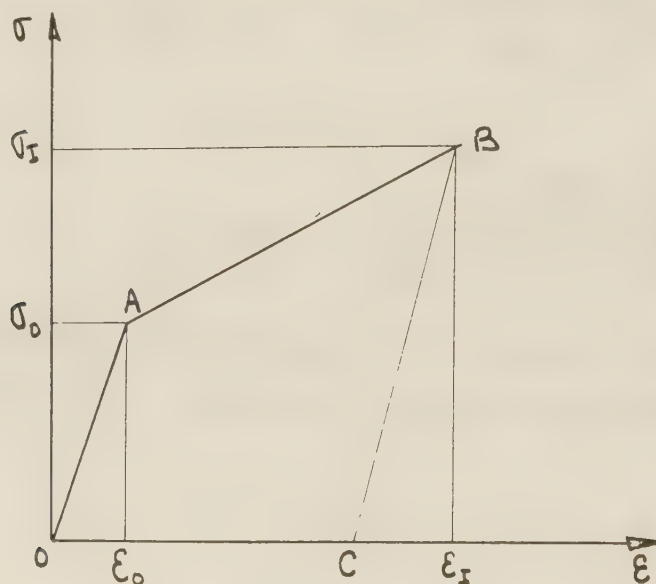


Figure 1.15.

Soit un barreau dont une extrémité est brusquement comprimée,
l'autre extrémité étant fixe.

On maintient la compression pendant le temps τ ,
puis on la relache.

La figure 1.16. représente le diagramme de propa-
gation des ondes dans le plan (α, t) :

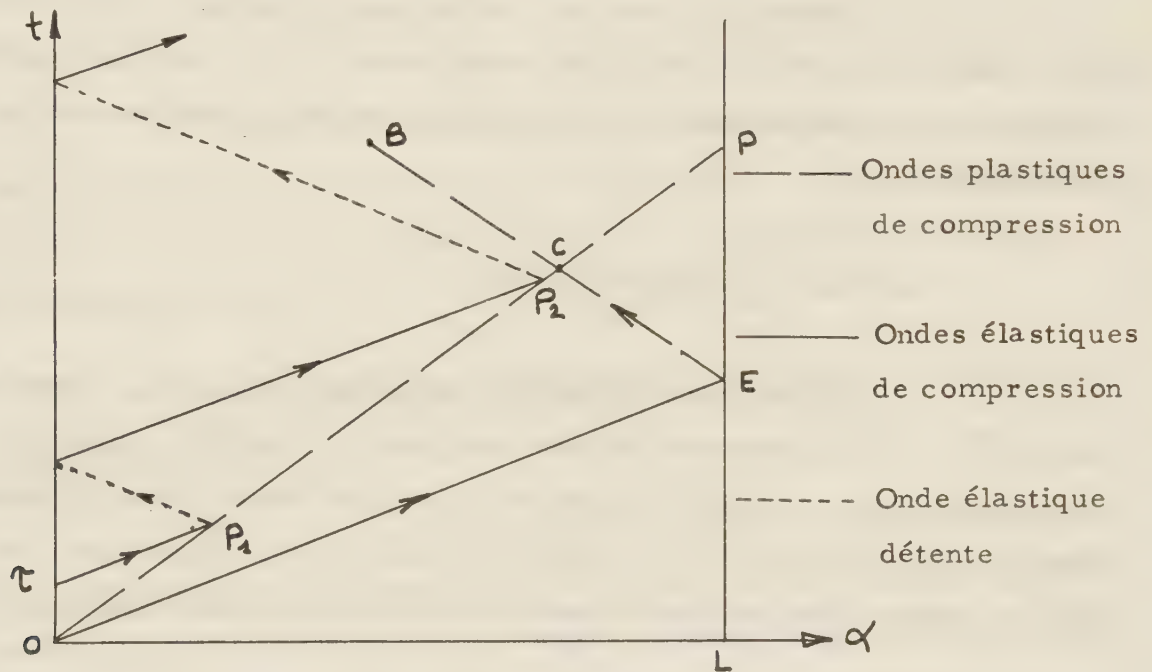


Figure 1.16.

OE représente l'onde élastique incidente et OP l'onde plastique. Au bout du temps τ une onde de détente part de l'extrémité mobile et rattrape l'onde plastique en P où elle se réfléchit en une onde de compression, tandis que l'onde plastique se propage avec une amplitude réduite, mais avec la même vitesse jusqu'à P 2 où le processus se renouvelle, etc...

Pendant ce temps le précurseur élastique se réfléchit en E suivant une onde plastique de compression E B. Les deux ondes plastiques se rencontrent en C provoquant ainsi un accroissement de déformation.

1.3.2.2. Les ondes de choc.

Nous avons signalé au paragraphe 1.3.2.1.a. que des courbes $\sigma - \epsilon$ à concavité tournée vers les σ positifs pouvaient être obtenues dans certaines conditions (69) et que dans ce cas, d'après la théorie de VON KARMAN, il y avait formation d'une onde de choc, les ondes de grande amplitude rattrapant celles de plus faible amplitude.

Il peut également y avoir formation d'ondes de choc lorsque ces ondes sont produites par un explosif, la contrainte atteignant des valeurs supérieures à 100 kbar. On peut alors considérer que les contraintes sont hydrostatiques et les ondes se propagent alors à la vitesse :

$$C_c = \sqrt{\frac{K}{C_0}} \quad 1.32.$$

où K est le module de compressibilité qui augmente avec la pression, de sorte que les ondes de plus grande amplitude vont plus vite que les autres.

Les équations auxquelles obéit le phénomène sont :

$$1.33. \quad \rho_0 V = \rho (V - u) \quad \text{Conservation de la masse}$$

$$1.34. \quad p - p_0 = \rho_0 U u \quad \text{Conservation de la quantité de mouvement}$$

$$1.35. \quad p u = \rho_0 U \left(e - e_0 + \frac{u^2}{2} \right) \quad \text{Conservation de l'énergie}$$

Dans ces équations, ρ est la densité, U la vitesse de choc, u la vitesse particulaire, p la pression, e l'énergie interne et l'indice 0 indiquant que ces quantités se rapportent à la matière avant passage du front de choc.

1.3.2.3. Les théories dépendant de la vitesse de déformation.

La Théorie de MALVERN (9).

En raison des écarts quantitatifs observés entre les résultats de la théorie indépendante de la vitesse et les résultats expérimentaux obtenus dans la série d'essais d'impacts longitudinaux effectués au California Institute of Technology (74) à (77), une relation entre la contrainte nominale σ , la déformation plastique ϵ_p et la vitesse de déformation plastique $\dot{\epsilon}_p$ de la forme :

$$\sigma = \Phi(\epsilon_p, \dot{\epsilon}_p) \quad 1.36.$$

proposée par quelques chercheurs (78) à (81), peut être utilisée.

DEUTLER (80) en particulier, a proposé une relation logarithmique :

$$\sigma = \sigma_1 + A \ln \frac{\dot{\epsilon}_p}{B} \quad 1.37.$$

pour $\dot{\epsilon}_p \gg B$ où σ_1 est la contrainte pour $\dot{\epsilon}_p = B$.

Une relation logarithmique avait été proposée auparavant par LUDWIK (78) et PRANDTL (79).

En faisant intervenir les essais statiques, une relation logarithmique peut se mettre sous la forme :

$$\sigma = f(\epsilon) + a \ln(1 + b \dot{\epsilon}_p) \quad 1.38.$$

où $\sigma = f(\epsilon)$ est la courbe contrainte - déformation statique.

L'équation 1.38. s'écrit encore :

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{e^{\frac{\sigma - f(\epsilon)}{a}} - 1}{b} \quad 1.39.$$

Cette relation suggère que la vitesse de déformation plastique est fonction de l'écart entre la contrainte instantanée et la contrainte statique correspondant à la même déformation.

En supposant que la déformation élastique est indépendante de $\dot{\epsilon}$, MALVERN obtient l'équation :

$$E_0 \dot{\epsilon} = \dot{\sigma} + \dot{\epsilon}_p$$

Soit en posant $q(\sigma, \epsilon) = \dot{\epsilon}_p$:

$$E_0 \dot{\epsilon} = \dot{\sigma} + q(\sigma, \epsilon) \quad 1.40.$$

D'après cette équation, l'écrouissage obtenu est indépendant de l'histoire des vitesses jusqu'au point d'équilibre.

D'autre part, comme la fonction $q(\sigma, \epsilon)$ est nulle pendant la déformation élastique, cette fonction met un certain temps pour devenir appréciable et on pourra obtenir une contrainte et une déformation élastique bien supérieures aux valeurs statiques, pourvu que la mise en charge soit suffisamment rapide.

Le front élastique se propage alors dans l'éprouvette à la vitesse des ondes élastiques et l'écoulement plastique se fait derrière ce front. Il y a donc décalage entre les ondes de contrainte et de déformation.

En joignant l'équation 1.40. aux équations de propagation obtenues pour un barreau on obtient le système :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} \quad (a)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (b) \quad 1.41.$$

$$E_0 \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + q(\sigma, \epsilon) \quad (c)$$

MALVERN a résolu ce système dans le cas où $g(\sigma, \varepsilon)$ prend la forme simple :

$$g(\sigma, \varepsilon) = k[\sigma - f(\varepsilon)] \quad 1.42.$$

La figure 1.17. montre la relation contrainte déformation pour quatre sections différentes.

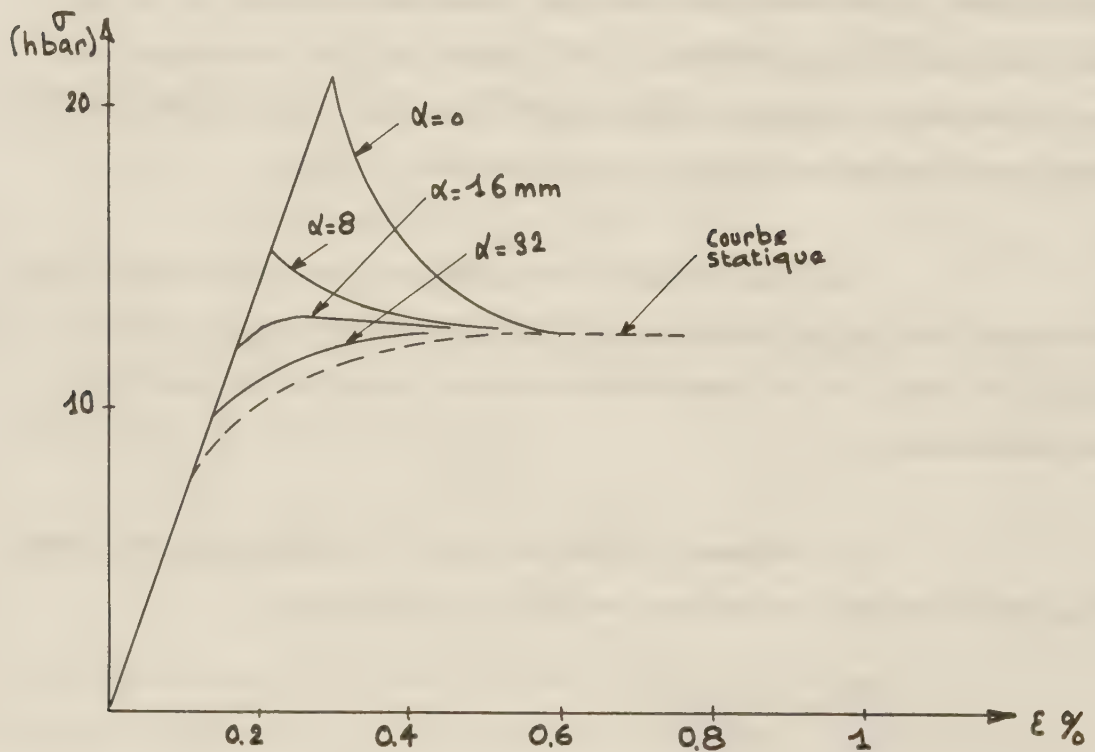


Figure 1.17.

La figure 1.18. représente le profil de la déformation le long du barreau à un temps voisin de $100 \mu s$.

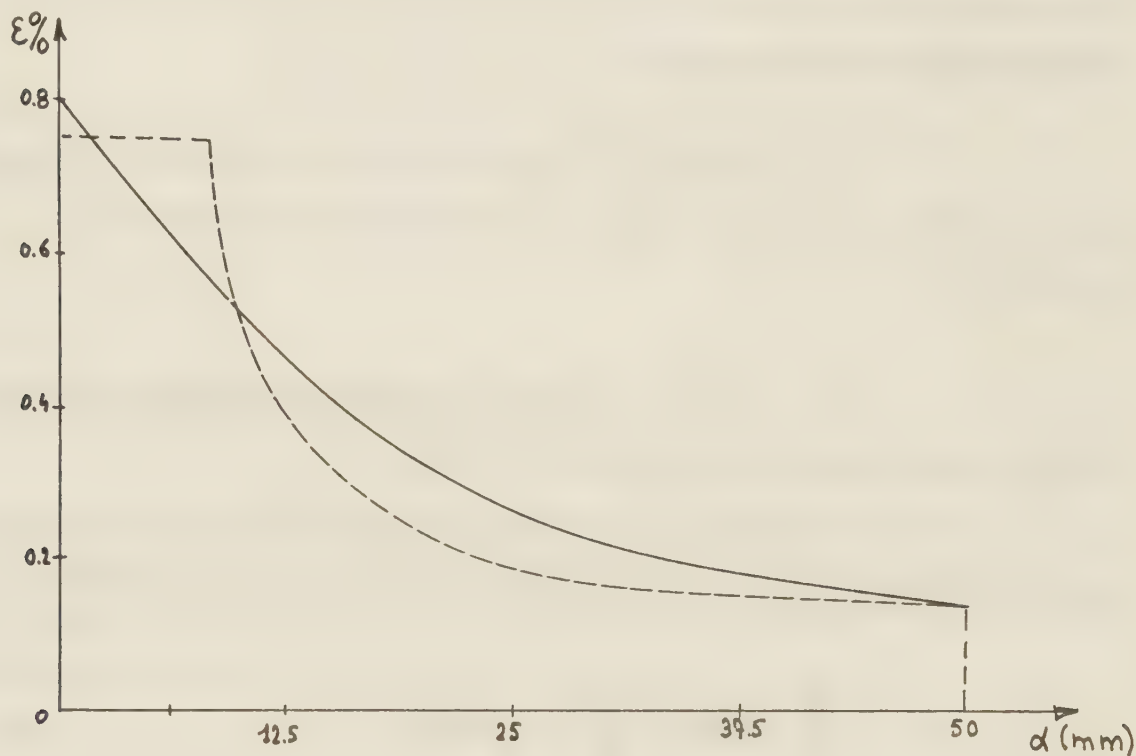


Figure 1.18.

La courbe en traits interrompus correspond à la répartition calculée à partir de la théorie de VON KARMAN.

On peut voir que la théorie qui tient compte de la vitesse ne prévoit pas de palier de déformation comme cela a été observé dans l'aluminium et le cuivre (74) et (75).

Cependant des observations de déformations résiduelles sur des échantillons de plomb après compression dynamique (76) à (82) ne montrent pas de région où la déformation est constante, même à des vitesses d'impact très grandes.

Nous verrons que cette théorie donne de bons résultats dans le cas des essais dynamiques sur acier qui seront exposés au Chapitre II.

Nous pouvons signaler une généralisation de la théorie de MALVERN, effectuée par LUBLINER (83) :

L'équation 1.52. que l'on appelle équation de comportement, prend ici la forme quasi linéaire, la plus générale possible :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = f(\sigma, \varepsilon) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \quad 1.43.$$

La courbe contrainte-déformation statique est représentée par l'équation :

$$g(\sigma, \varepsilon) = 0 \quad 1.44.$$

Le problème consiste donc à déterminer la fonction de plasticité $g(\sigma, \varepsilon)$ intervenant dans l'équation de comportement du matériau.

Des expressions empiriques diverses ont été proposées pour cette fonction, à la suite d'expériences sur de nombreux matériaux.

Il ne serait donc d'aucun intérêt ici de les présenter toutes et on pourra se reporter aux articles cités en référence : (84) à (104).

I.4. LES THEORIES MICROSCOPIQUES.

Si l'on veut formuler d'une façon plus physique l'équation de plasticité $g(\sigma, \epsilon)$, il est nécessaire de s'intéresser aux processus microscopiques des déformations dynamiques, c'est-à-dire au mouvement des dislocations dans le solide.

Nous regarderons, tout d'abord, comment peut se faire la déformation à une échelle microscopique et comment on peut faire la liaison avec les variables macroscopiques.

Nous présenterons ensuite quelques modèles obtenus à partir de la théorie de dislocation et celle des mécanismes thermiquement activés.

I.4.1. Les mécanismes microscopiques des déformations et leur liaison avec les variables macroscopiques.

TAYLOR (105) a montré que la déformation plastique des métaux résultait du mouvement des dislocations dans des plans particuliers, au sein du cristal.

Or, dans un solide, un certain nombre de dislocations sont bloquées et ne participent pas à la déformation plastique. Seules les dislocations mobiles contribuent à la déformation.

Lorsqu'une déformation brutale est imposée à un échantillon, la vitesse, que devront acquérir les dislocations mobiles pour pouvoir l'absorber, sera fonction de leur densité initiale. Cependant, un certain nombre d'observations expérimentales montrent que la vitesse des dislocations mobiles, qui, pour un essai statique, n'excède pas quelques cm s^{-1} , atteint quelques m s^{-1} dans le cas d'essais dynamiques, mais n'atteint pas des valeurs proches de la vitesse des ondes de cisaillement dans le matériau. Il est donc nécessaire qu'il y ait une multiplication de ces dislocations mobiles au début de la déformation.

Nous aurons donc à considérer deux mécanismes distincts : la multiplication des dislocations et leur mouvement dans le métal.

1.4.1.1. La multiplication des dislocations.

La multiplication des dislocations est caractérisée par l'évolution de leur densité N en fonction des différentes variables d'état : la déformation, la contrainte et la température.

Plusieurs méthodes expérimentales permettent une détermination directe plus ou moins précise de cette densité :

1 °) La méthode de BERG - BARRETT aux rayons X.

2 °) La méthode d'observation de figures d'attaques (ETCH - PITS) en microscopie optique, qui a été jusqu'ici la plus couramment utilisée.

3 °) L'observation en microscopie électronique.

Pour ce dernier type de mesure, signalons une méthode classique due à BAILEY et HIRSH (106) d'estimation de la densité.

On mesure la longueur totale R_p des lignes de dislocations, projetée sur une aire A donnée d'une microphotographie. En supposant que tous les segments sont orientés au hasard par rapport au plan du film, la densité est :

$$N_T = \frac{4}{\pi} \frac{R_p}{At} \quad 1.45.$$

où t est l'épaisseur du film.

La difficulté de la méthode réside dans la détermination R_p qui peut être très pénible.

Cependant, en utilisant les résultats de SMITH et GUTTMANN (107), R_p est assez facilement obtenu à l'aide d'un réseau de traits disposés au hasard sur la surface et d'une longueur totale L .

Si n est le nombre total d'intersections de lignes avec le réseau :

$$R_p = \pi \frac{n A}{2 L} \quad 1.46.$$

et la densité, si n est suffisamment grand :

$$N_T = \frac{2n}{Lt} \quad 1.47.$$

Des observations de figures d'attaques faites par GILMAN (108) et HAHN (109) et plus récemment des observations en microscopie électronique par transmission par KEH et WEISSMANN (110) et (111) pour des déformations comprises entre 10^{-3} et 10^{-1} , ont conduit HAHN (112) à utiliser l'équation parabolique suivante :

$$N = C (\epsilon_p)^a \quad 1.48.$$

où les valeurs des paramètres c et a sont résumées dans le tableau C.

Si N_0 est la densité initiale de dislocations mobiles, l'équation 1.48. devient :

$$N = N_0 + C (\epsilon_p)^a \quad 1.49.$$

N_0 est compris entre 10^6 cm^{-2} et 10^8 cm^{-2} pour les métaux recuits.

JOHNSTON et GILMAN (108) arrivent à une relation de la forme :

$$\frac{dN_m}{dt} = \alpha N_m - \beta N_m^2 \quad 1.50.$$

où N_m est la fraction des dislocations restant mobile au cours de la déformation. En effet, en raison de l'écrouissage, des dislocations mobiles à un instant donné peuvent ne plus l'être l'instant d'après.

ET LOIS DE MULTIPLICATION

Référence	Matériau	Taille de grain (mm)	Paramètres de la densité de dislocations		Lois de multiplication	
			C	a	Forme	
KEH et WEISSMANN (110, 111) Microscopie électronique en transmission	fer (décarburé)	0,015 0,020	$2,4 \times 10^9$	0,9		
HAHN (109) "etch pitted"	1020 acier	0,100 0,09	$1,6 \times 10^9$ $4,7 \times 10^7$	0,8 1,5		$\rho = \rho_o + 1,6 \times 10^9 \epsilon_p^{0,8}$ $\rho = \rho_o + 4,7 \times 10^7 \epsilon_p^{1,5}$

* $\rho = C \epsilon_p^a$, où ρ est la densité de dislocations / cm²

TABLEAU C (d'après HAHN)

Le premier terme de 1.50., représente la création de nouvelles dislocations tandis que le deuxième caractérise la décroissance du nombre des dislocations mobiles en raison de l'écrouissage.

L'intégration de 1.50. donne :

$$N_m = \frac{\alpha N_0 e^{\alpha t}}{\alpha + \beta N_0 (e^{\alpha t} - 1)} \quad 1.51.$$

La figure 1.19. montre l'allure de N_m et fonction de t :

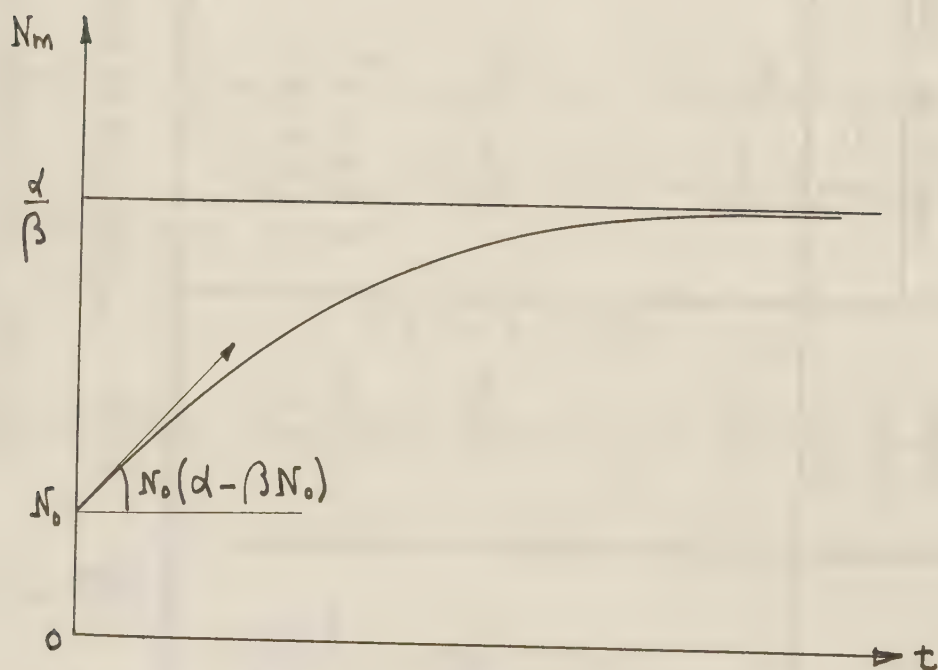


Figure 1.19.

A la suite d'études expérimentales, GILMAN (113) a montré que 1.50. était une approximation, pour des faibles déformations, d'une équation plus générale :

$$\frac{dN}{dt} = \delta v N \quad 1.52.$$

où v est la vitesse moyenne des dislocations mobiles.

OROWAN (114), puis SEITZ et READ (115) ont relié la vitesse macroscopique de déformation, dans un plan de glissement, à la vitesse des dislocations :

$$\dot{\gamma} = N b v \quad 1.53.$$

où b est le vecteur de BURGERS des dislocations.

En combinant les équations 1.52. et 1.53. il vient :

$$d\gamma = \frac{b}{\delta} dN$$

et, en intégrant :

$$N(\gamma) = N_0 + M\gamma \quad 1.54.$$

avec :

$$M = \frac{\delta}{b}$$

Cette équation est à rapprocher de l'équation 1.49. proposée par HAHN. Nous avons vu précédemment qu'au fur et à mesure de la déformation, un certain nombre de dislocations mobiles peuvent s'ancrer en raison de l'écrouissage, ou disparaître à travers les surfaces.

On introduit alors un facteur f qui est le rapport entre le nombre de dislocations constamment mobiles et la densité totale de dislocations mobiles à un instant donné :

$$f = \frac{N_m}{N}$$

On suppose , $df \propto f d\gamma$ et en tenant compte de 1.53.

$$df = -\Phi f d\gamma \quad 1.55.$$

$$\text{et } f = e^{-\Phi \gamma} \quad 1.56.$$

où Φ est un coefficient.

L'équation 1.54. devient alors :

$$N_m(\gamma) = (N_0 + M \gamma) e^{-\Phi \gamma} \quad 1.57.$$

$$\text{et } \frac{dN_m}{d\gamma} = M e^{-\Phi \gamma} - \Phi N_m \quad 1.58.$$

On voit donc que N_m passe par un maximum pour lequel :

$$\gamma^* = \frac{1}{\Phi} - \frac{N_0}{M} \quad 1.59.$$

$$N_m^* = \frac{M}{\Phi e} e^{\Phi \frac{N_0}{M}} \quad 1.60.$$

Pour les petites déformations :

$$\frac{dN_m}{d\gamma} = \Delta - \Phi N_m \quad \text{où } \Delta = \text{cte.}$$

Soit, en utilisant 1.53. :

$$\frac{dN_m}{dt} = AN_m - BN_m^2$$

On retrouve l'équation 1.50.

I.4.1.2. Le mouvement des dislocations.

Les méthodes d'observation sont les mêmes que pour la mesure des densités. Le paramètre que l'on détermine est ici la vitesse moyenne des dislocations v .

STEIN et LOW (116) ont fait des mesures systématiques de vitesses de dislocations dans du Fer Silicium à 3,25 % recuit. La relation vérifiée par les valeurs qu'ils ont trouvées est :

$$v = \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^n$$

1.61.

où τ est la contrainte de cisaillement dans le plan de glissement.

Les valeurs de n sont données Tableau D.

T (°K)	n	τ_0 (hbar)
78	44	38
198	38	23
298	35	20

TABLEAU D (d'après STEIN et LOW)

GILMAN et JOHNSTON (117) ont trouvé que l'accroissement macroscopique $\Delta\sigma$ accompagnant l'écrouissage du LiF correspondait pratiquement à l'accroissement de contrainte nécessaire pour maintenir v à une valeur constante. Si on peut écrire :

$$\Delta\sigma = q \epsilon \rho$$

1.62.

La relation 1.57. devient :

$$v = (2\tau_0)^{-n} (\tau - q\epsilon_p)^n \quad 1.63.$$

où q vaut 300 à 400 hbar pour l'acier doux.

MOON et VREELAND (118), en opérant sur des monocristaux de Fer Silicium à 3,14 %, ont mesuré la vitesse des dislocations vis et ont trouvé une relation de la forme 1.61. :

$$v = v_0 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^n$$

$$v_0 = 1 \text{ cm s}^{-1}$$

$$\tau_0 = 23 \text{ hbar}$$

$$n = 30$$

La figure 1.20. compare les points expérimentaux, obtenus à partir des polycristaux, aux mesures des vitesses de dislocations vis et coins, respectivement obtenues par MOON et VREELAND (118), et STEIN et LAW (116).

On peut remarquer que si la valeur de n semble la même, celle de τ_0 est différente. Il apparaît que les dislocations coins se déplacent à une vitesse approximativement dix fois plus grande que les dislocations vis, comme l'ont observé LOW et GUARD (119).

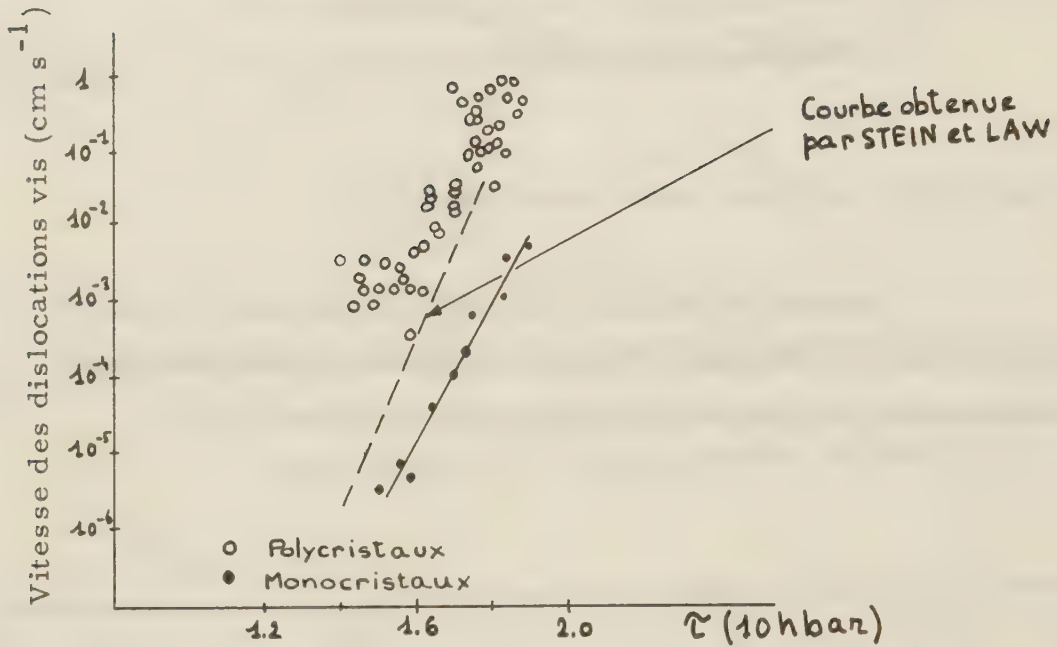


Figure 1.20. (d'après MOON et VREELAND)

POPE, VREELAND et WOOD (120) ont mesuré la vitesse des dislocations coins dans le système de glissement basal du zinc par la méthode de BERG - BARETT. Ils trouvent une relation linéaire entre v et τ :

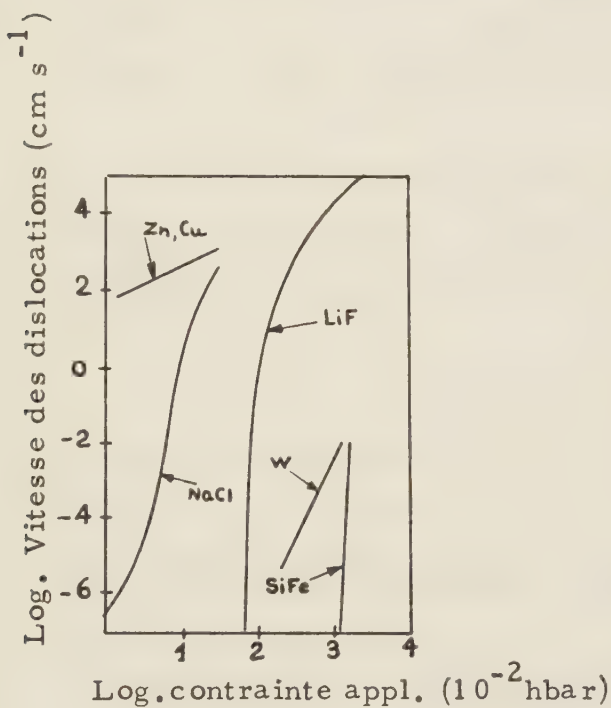
$$v = 3,14 \times 10^3 \tau \quad 1.64.$$

où v est en cm s^{-1} et τ en hbar.

GILMAN (121), à la suite d'expériences sur le LiF a trouvé :

$$v = v_{\infty} \exp\left(-\frac{D}{\tau}\right) \quad 1.65.$$

V_{∞} est la vitesse limite des dislocations correspondant à une contrainte infinie et, D une contrainte s'opposant au mouvement et dénommée "drag stress".



Des mesures de vitesses ont été effectuées également sur d'autres matériaux tels que le chlorure de sodium (122) le tungstène (123), des semi-conducteurs (124) - (126) et le cuivre (127).

La figure 1.21. compare les mesures effectuées sur ces matériaux.

On peut remarquer que pour le cuivre et le zinc les vitesses sont supérieures au cm s^{-1} pour des valeurs très faibles de la contrainte.

Figure 1.21.

(d'après POPE et al.)

GUARD (122) propose une méthode de vérification de la relation 1.61. trouvée expérimentalement par STEIN et LOW. Il détermine le coefficient n en faisant varier $\dot{\epsilon}$ au cours d'un essai de traction. Reprenons l'équation 1.53. :

$$\dot{\epsilon} = \alpha N b v$$

En prenant la différentielle logarithmique de cette expression :

$$\frac{\partial \rho_m \dot{\epsilon}}{\partial \rho_m \sigma} = \frac{\partial \rho_m N}{\partial \rho_m \sigma} + \frac{\partial \rho_m v}{\partial \rho_m \sigma}$$

soit :

$$\frac{1}{n} = \frac{\partial \rho_m \dot{\epsilon}}{\partial \rho_m \sigma} = \frac{\partial \rho_m N}{\partial \rho_m \sigma} + m \quad 1.66.$$

Avec :

$$v = v_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m$$

Si la quantité $\frac{\partial \rho_m N}{\partial \rho_m \sigma}$ est négligeable, on détermine ainsi m .
 $\frac{\partial \rho_m N}{\partial \rho_m \sigma}$ est petit si un petit accroissement de la contrainte ne crée pas de nouvelles dislocations mobiles. Cette hypothèse a été utilisée par SEEGER (123) et THORNTON et HIRSH (124).

GUARD trouve des valeurs de $\frac{1}{n}$ comprises entre 62 et 70 alors que STEIN et LOW trouvent 35. Ce résultat laisse supposer que la quantité $\frac{\partial \rho_m N}{\partial \rho_m \sigma}$ n'est pas constante.

Cependant, JOHNSTON et STEIN (125) pensent que, pour de très faibles valeurs de la déformation, $\frac{1}{n}$ peut s'identifier à m . Cela est exact si la déformation est suffisamment faible et que seule une dislocation se déplace.

Ces auteurs ont tracé des courbes de $\frac{1}{n}$ en fonction de ξ pour des monocristaux de LiF et de Fer Silicium à 3 % ainsi que pour le même Fer Silicium polycristallin. La valeur extrapolée de $\frac{1}{n}$ pour $\xi = 0$ correspond bien aux valeurs trouvées par des mesures directes et cette valeur croît fortement en fonction de la déformation.

Les relations expérimentales précédentes liant la vitesse des dislocations à la contrainte appliquée peuvent caractériser des mécanismes microscopiques particuliers.

En effet, si l'on suppose que le mouvement des dislocations est contrôlé par des interactions à courtes distances avec des atomes d'impuretés ou avec le réseau (force de PEIERLS) on aboutit à une équation identique à celle trouvée par GILMAN sur le LiF (1.65.) :

$$v = v_{\infty} \exp \left(-\frac{D}{\tau} \right)$$

où v_{∞} est la vitesse des ondes de cisaillement dans le matériau et D une contrainte de frottement caractéristique.

Pour des vitesses plus élevées, il semble que le mouvement des dislocations soit contrôlé par des mécanismes faisant intervenir un frottement visqueux, représenté par une équation du type :

$$\sigma b = Bv \tag{1.67.}$$

où B est un coefficient de viscosité qui apparaît également dans les théories du frottement interne.

Ces mécanismes font intervenir les vibrations du réseau cristallin et peuvent être de quatre types :

- 1 °) - L'effet thermo-élastique, étudié par ESHELBY (126) dont WEERTMAN (127) a calculé le coefficient B :

$$B \propto \frac{T}{K}$$

T = temps absolu
 K = conductibilité thermique

LOTHE (128) a d'ailleurs montré que cet effet était négligeable dans le cas des métaux.

- 2 °) - L'effet d'anharmonicité de coeur.

- 3 °) - L'effet dû à la diffusion des phonons dont LIEBFRIED (129) a fait la théorie et qui conduit à l'expression suivante pour B :

$$B = \frac{b e_v}{10 C_2} \quad 1.68.$$

C_2 est la vitesse des ondes de cisaillement et e_v l'énergie de vibration par unité de volume :

$$e_v = \frac{3 k T}{b^3} \quad 1.69.$$

- 4 °) - La viscosité des phonons dont la théorie est due à MASON (130).

Il considère que les vibrations du réseau sont équivalentes à un gaz possédant une certaine viscosité :

$$B = \frac{b^2 \eta}{8\pi a_0^2} \quad 1.70.$$

a_0 est le diamètre du coeur de la dislocation et η est la viscosité :

$$\eta = \frac{D e v k}{\rho_0 C_v v_D^2} \quad 1.71.$$

K = conductibilité thermique du réseau

C_v = chaleur spécifique à volume constant

v_D = fréquence de DEBYE

D = constante

Les deux derniers mécanismes conduisent à des forces de frottement ayant sensiblement la même valeur.

POPE et al. (120) ont fait le calcul dans le cas du zinc et trouvent :

$$\tau \sim 9 \times 10^3 \tau (\text{hbar}) \quad 1.72.$$

qui est sensiblement identique à la relation expérimentale 1.64.

De même GREENMAN (131) a trouvé expérimentalement pour le cuivre :

$$\dot{\gamma} = 3,6 \cdot 10^3 \tau$$

alors que la théorie donne :

$$\dot{\gamma} = 6,6 \cdot 10^3 \tau$$

SUZUKI et al. (132) ont mesuré indirectement la contrainte de frottement dans le cuivre par des méthodes de frottement interne et ils ont trouvé que cette contrainte augmente avec la température, mais pas exactement de la même manière que ne le prévoit l'équation 1.68.

1.4.2. Les modèles microscopiques de l'équation de plasticité.

A partir de l'équation 1.53.

$$\dot{\gamma} = N b v$$

et des diverses expressions obtenues pour N et v , il est possible de déterminer la fonction de plasticité $g(\sigma, \varepsilon)$ intervenant dans l'équation de comportement introduite par MALVERN :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon)$$

et qui n'est autre chose que $\dot{\varepsilon}_p$.

I.4.2.1. Le modèle de TAYLOR.

TAYLOR (133) a déterminé la fonction $g(\sigma, \varepsilon)$ dans le cas d'une plaque mince infinie soumise à un impact plan :

$$g(\sigma, \varepsilon) = \frac{8}{3} \frac{\mu b v_{\infty}}{d + 2\mu} \left\{ N_0 + \frac{3\alpha}{8\mu} [(d + 2\mu)\varepsilon - \sigma] \right\} f(\sigma, \varepsilon) \quad 1.73.$$

avec :

$$f(\sigma, \varepsilon) = \exp \left\{ \frac{-\tau_0 + 3\Phi/8\mu [(d + 2\mu)\varepsilon - \sigma]}{\frac{3}{4} [\sigma - (d + \frac{2}{3}\mu)\varepsilon]} \right\} \quad 1.74.$$

En prenant :

$$N = N_0 + \alpha \gamma \quad 1.75.$$

et

$$v = v_{\infty} \exp \left[- \frac{\tau_0 + \Phi \gamma}{\tau} \right] \quad 1.76.$$

L'auteur montre que cette équation de plasticité rend compte de façon satisfaisante des résultats expérimentaux obtenus sur un fer ARMCO polycristallin et conduit à des valeurs :

$$\tau_0 = 198 \text{ hbar}$$

$$N_0 = 2 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$$

qui sont en bon accord avec les observations expérimentales.

Le terme $\Phi \gamma$ de l'équation 1.76. caractérise l'écrouissage que subit le matériau pendant la déformation.

1.4.2.2. Le modèle de GILMAN.

Le modèle proposé par GILMAN (134) est très semblable au modèle précédent.

Les équations de départ sont ici 1.57. et 1.65. :

$$N = (N_0 + M \gamma) e^{-\Phi \gamma}$$

$$v = v_{\infty} \exp\left(-\frac{D}{\tau}\right)$$

On obtient pour la vitesse de déformation plastique :

$$\dot{\epsilon}_p = g(\sigma, \epsilon) = \eta b v_{\infty} (N_0 + \alpha \epsilon_p) e^{\frac{-\sigma_D + \psi \epsilon_p}{\sigma}} \quad 1.77.$$

où M est un facteur géométrique.

Remarque : On peut remarquer qu'il y a deux façons de tenir compte de l'écrouissage. Ou bien, on introduit un terme dans l'expression de la vitesse des dislocations et on ne tient pas compte de la disparition d'une fraction des dislocations mobiles au cours de la déformation, ou bien, on tient compte de cet effet et on n'introduit pas de terme correctif dans l'expression de la vitesse.

GILLIS et GILMAN (135) ont pu expliquer de façon satisfaisante les phénomènes de limite élastique dynamique de "delay-time" et calculer la vitesse de propagation des bandes de LÜDERS, à l'aide de ce modèle pour des matériaux cubiques centrés.

HAHN (112) explique également les mêmes phénomènes avec un modèle identique mais avec la relation vitesse-contrainte 1.63.

En conclusion, il faut signaler que les paramètres intervenant dans les relations établies précédemment par l'expérience peuvent varier considérablement avec un bon nombre de facteurs.

GILBERT et al. (136) ont montré, en particulier, que le coefficient de multiplication M intervenant dans l'équation 1.57. triple de valeur entre des essais à faible vitesse ($2 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) et à grande vitesse ($2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$).

Nous verrons plus loin que la relation 1.57. elle-même peut être remise en cause pour des essais dynamiques à vitesse élevée ($\sim 10^3 \text{ s}^{-1}$).

I.4.2.3. Modèles établis à partir des mécanismes activés thermiquement.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que les dislocations dans leur mouvement étaient freinées par un certain nombre d'obstacles.

Si ces obstacles sont à courte distance, c'est-à-dire à moins de 10 diamètres atomiques de la dislocation, l'agitation thermique peut aider à les franchir. Si un processus unique contrôle la déformation, la vitesse de déformation plastique a la forme suivante :

$$\dot{\gamma} = A \exp\left(-\frac{G}{kT}\right) \quad 1.78.$$

où G est l'enthalpie libre de GIBBS, k la constante de BOLTZMANN et T la température absolue.

En tenant compte de la relation :

$$G = H - TS$$

$\dot{\gamma}$ prend la forme habituelle :

$$\dot{\gamma} = \nu \exp\left(-\frac{H}{kT}\right) \quad 1.79.$$

avec
$$\nu = A \exp\left(-\frac{S}{k}\right) \quad 1.80.$$

où ν est appelé "facteur de fréquence".

H est l'enthalpie souvent appelée : "énergie d'activation" du mécanisme.

On peut exprimer A en fonction du nombre de sites d'activation N par unité de volume, de la déformation produite par

chaque activation qui est le produit de l'aire balayée par le vecteur de BURGERS et de la fréquence de vibration ν' du segment de dislocation intéressé :

$$A = N \cancel{b} b \nu' \quad 1.81.$$

L'équation 1.79 prend alors la forme :

$$\dot{\gamma} = N \cancel{b} b \nu' \exp\left(\frac{S}{k}\right) \exp\left(\frac{-H}{kT}\right) \quad 1.82.$$

En général $\nu' = \nu_0 \frac{b}{L}$ où ν_0 est la fréquence de DEBYE.

La figure 1.22. représente le diagramme force - déplacement correspondant à un obstacle déterminé :

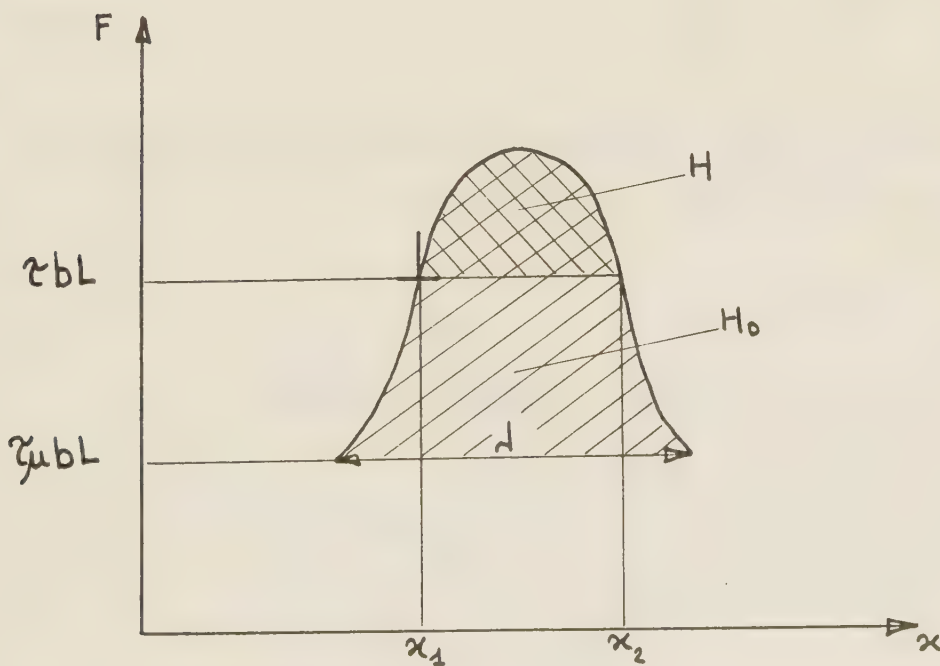


Figure 1.22.

Sous l'action d'une contrainte τ la dislocation prend la position x_1 et l'énergie H est représentée par l'aire doublement hachurée.

τ_μ représente la contrainte interne. En développant :

$$H(\tau) = H(\tau_\mu) + \frac{dH}{d\tau}(\tau_\mu) \underbrace{(\tau - \tau_\mu)}_{\tau^*} + \frac{1}{2} \frac{d^2H}{d\tau^2}(\tau_\mu) (\tau - \tau_\mu)^2 + \dots$$

En première approximation :

$$H(\tau) = H_0 - v^* (\tau - \tau_\mu) \quad 1.83.$$

v^* est appelé volume d'activation :

$$v^* = - \frac{dH}{d\tau} \quad 1.84.$$

La quantité $v^* (\tau - \tau_\mu)$ représente le travail de la contrainte de cisaillement effectif, pour passer la barrière et :

$$v^* = b \lambda L$$

L = longueur de la ligne de dislocations

λ = largeur de la barrière

L'équation 1.82. prend alors la forme :

$$\dot{\gamma} = N \phi b v' \exp\left(\frac{S}{k}\right) \exp\left[-\frac{H_0 - v^*(\tau - \tau_m)}{kT}\right] \quad 1.85.$$

Afin de déterminer expérimentalement les énergies d'activation, les volumes d'activation et les facteurs de fréquence, ce qui permettra de relier la déformation macroscopique aux mécanismes microscopiques qui la contrôlent, il est nécessaire d'utiliser les expressions suivantes, dont on trouvera une démonstration complète dans l'article de CONRAD et WIEDERSICH (137) :

$$H(T, \tau^*) = -kT^2 \frac{\left(\frac{\partial \tau^*}{\partial T}\right) \dot{\gamma}}{\left(\partial \ln \frac{\dot{\gamma}}{v}\right)_T} \quad 1.86.$$

$$H(T, \tau^*) = kT^2 \left(\frac{\partial \ln \frac{\dot{\gamma}}{v}}{\partial T}\right) \tau^* \quad 1.87.$$

$$v^* = kT \left(\frac{\partial \ln \frac{\dot{\gamma}}{v}}{\partial \tau}\right)_T \quad 1.88.$$

Quant au facteur de fréquence v il est obtenu par la pente de la droite $H(T)$ à $\dot{\gamma}$ cte. En effet, d'après l'équation 1.79 :

$$H = kT \ln \frac{v}{\dot{\gamma}}$$

l'équation 1.85. peut encore s'écrire :

$$\tau = \tau_{\mu} + \frac{H_0}{v^*} + \frac{kT}{v^*} \ln \frac{\dot{\gamma}}{v} \quad 1.89.$$

ce qui montre qu'il existe une relation linéaire entre la contrainte appliquée et le logarithme de la vitesse de déformation, lorsque la température est constante.

La relation 1.89. peut encore s'écrire :

$$\tau = \tau_{\mu} + \frac{H_0}{v^*} - kT \ln \frac{v}{\dot{\gamma}}$$

si $H_0 > kT \ln \frac{v}{\dot{\gamma}}$, la barrière est immédiatement franchie grâce à l'agitation thermique et l'obstacle disparaît. Dans ce cas :

$$\tau = \tau_{\mu}$$

Il existe donc une température critique T_c , indépendante du volume d'activation :

$$T_c = \frac{H_0}{k \ln \frac{v}{\dot{\gamma}}} \quad 1.90.$$

L'équation 1.89. devient alors :

$$\tau = \tau_{\mu} + \frac{H_0}{v^*} \left[1 - \frac{T}{T_c} \right] \quad T < T_c \quad 1.91.$$

La figure 1.23. montre l'allure de τ en fonction de la température.

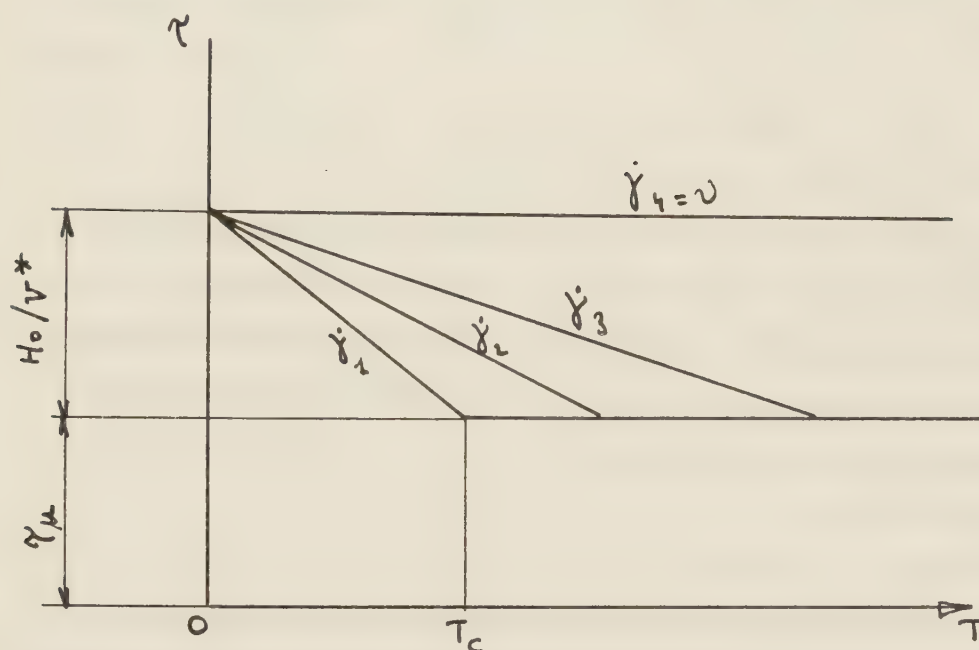


Figure 1.23.

On peut constater sur cette figure que lorsque $\dot{\gamma}$ augmente, la température critique augmente et lorsque la vitesse de déformation est égale au facteur de fréquence, la contribution due à l'énergie d'activation devient nulle et la contrainte doit atteindre une valeur élevée pour franchir l'obstacle.

Si l'énergie de l'impact est suffisante, d'autres mécanismes possédant des énergies d'activation plus importantes contrôleront alors la déformation et la contrainte τ prendra une valeur supérieure à $(\tau_\mu + \frac{H_0}{v_*})$, force nécessaire pour passer le premier obstacle lorsque l'aide de l'agitation thermique est nulle.

Les processus opérant habituellement sont ceux pour lesquels :

$$H < 50 \text{ kT } (\sim 1,25 \text{ eV à } 300^\circ\text{K})$$

Ils comprennent essentiellement, le désancrage d'une atmosphère de COTTREL, le passage de la barrière de PEIERLS, les intersections avec la forêt des dislocations, la transition intersection - glissement dévié, la production de lacunes ou d'interstitiels sur les crans des dislocations ayant une composante vis, la montée des dislocations.

D'autres mécanismes ont une énergie d'activation $> 50 \text{ kT}$ et ne peuvent fonctionner que pour des inductions mécaniques produisant des contraintes suffisantes.

C'est précisément le cas des déformations à grande vitesse. Nous verrons plus loin que sur un acier, on obtient des contraintes pouvant aller jusque 80 hbar alors que la charge maximale en statique est de l'ordre de 50 hbar.

Les mécanismes susceptibles de se produire sont ici, la multiplication des dislocations par source de FRANK - READ (en des points de grande concentration de contrainte), la séparation de dislocations recombinaisons, le mouvement des dislocations à travers des champs à grande distance produits par des dislocations, le mouvement de dislocations à travers des alliages ordonnés à courte distance, etc...

Dans un essai statique, on a en général $\dot{\gamma} \ll v$ et les seules grandeurs à considérer sont l'énergie et le volume d'activation du phénomène.

En dynamique, un autre paramètre doit être pris en considération qui est la vitesse à laquelle se fait le processus d'activation pour un mécanisme donné. Ainsi, les processus nécessitant la diffusion ne pourront pas contrôler la déformation, quels que soient leur énergie et leur volume d'activation.

GILMAN (138) a essayé de relier les deux points de vue qui viennent d'être exposés et il a montré que lorsque le frottement visqueux est dû à des défauts ou aux forces de PEIERLS du réseau, la vitesse des dislocations qui en résulte est de la forme :

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{D}{\tau}\right)$$

KELLY et GILLIS (139) ont comparé les modèles de GILMAN et le modèle obtenu à partir de l'énergie d'activation, aux résultats expérimentaux de TAYLOR et RICE (140) donnant la décroissance du précurseur élastique dans le fer.

Les deux modèles conduisent sensiblement à la même courbe pour des cibles d'épaisseur supérieure à 2 mm et pour des pressions d'impact inférieures à 1000 hbar. Ces courbes passent d'ailleurs par les points expérimentaux.

En dehors des conditions ci-dessus, les deux modèles donnent des résultats différents, mais, malheureusement, il n'y a pas de points expérimentaux pour pouvoir choisir entre les deux.

Les deux méthodes microscopiques d'approche que nous venons d'examiner aboutissent sensiblement aux mêmes résultats.

Cependant, aux vitesses élevées où se déroulent nos essais la deuxième méthode présente plus de difficultés du point de vue expérimental.

C'est pour cette raison que nous avons choisi de déterminer expérimentalement les paramètres qui nous ont permis d'élaborer un modèle s'appuyant sur la théorie de TAYLOR.

0

0

0

CHAPITRE II

TENTATIVE D'INTERPRETATION THEORIQUE
D'UN ESSAI DE TRACTION A GRANDE VITESSE.

II.1. INTRODUCTION.

Dans un essai de traction, une extrémité d'une éprouvette est mise en mouvement, l'autre extrémité restant fixe. L'ébranlement, créé par le déplacement d'une extrémité, se propage le long de l'éprouvette avec une vitesse égale à la vitesse de propagation des ondes sonores (de l'ordre pour l'acier de 5000 m/s^{-1}). Le passage de cet ébranlement provoque en un point de l'éprouvette une élévation de la contrainte proportionnelle à la vitesse de l'extrémité mobile. Par suite des réflexions successives sur les extrémités, le niveau de contrainte en un point s'élève par paliers. Si le temps de propagation le long de l'éprouvette est faible vis à vis de la durée de mise en charge élastique, on peut considérer qu'à chaque instant, il y a une répartition uniforme de la contrainte le long de l'éprouvette. Il sera alors possible de parler d'essai "quasi statique". Si par contre, ce temps de propagation est de l'ordre de grandeur de la durée de mise en charge élastique, il ne sera plus possible de considérer la contrainte comme uniforme le long de l'éprouvette et il faudra tenir compte de cette propagation d'onde. On parlera, dans ce cas d'essai "dynamique". Par exemple, les essais effectués à vitesse de déformation relative inférieure à 1 s^{-1} sont des essais "quasi statiques" ; au dessus de cette valeur, ce sont des essais "dynamiques".

L'étude d'essais "dynamiques" impose donc celle de la propagation des ondes tant élastiques que plastiques.

Si la théorie de propagation des ondes élastiques est à ce jour bien connue (57), (59), il n'en est pas de même de la théorie de propagation des ondes plastiques qui fait intervenir des phénomènes beaucoup plus complexes, liés aux processus microscopiques de la déformation, comme nous l'avons vu au chapitre précédent.

Le matériau utilisé ici est un acier ferritique à 17 % de chrome fabriqué par UGINE et dont la composition et les propriétés mécaniques sont données tableau F.

C	Si	Mn	Ni	Cr	Mo	Co	Ti	S	P	N	Al	W	Cu	O
0,026	0,160	0,800	0,160	16,92	-	-	-	0,87	0,023	-	-	-	-	-
Caractéristiques mécaniques				R hbar	E hbar	A %	Traitement thermique							
				43,6	29	28	Recuit 800°C 1 h + R.A.							

Tableau F (d'après BOTTE - (139))

Cet acier a une structure cubique centrée et une limite élastique statique bien marquée, ce qui indique un comportement dépendant fortement de la vitesse de déformation.

Le choix de ce matériau est dû principalement à la collaboration créée entre notre Laboratoire et le Laboratoire de Métallurgie de l'Ecole Centrale Lyonnaise, où cet acier était déjà étudié.

La première partie de l'étude est consacrée à l'étude expérimentale.

Dans la deuxième partie, nous joindrons aux équations de propagation (2.1.) et (2.2.), l'équation de comportement proposée par MALVERN (2.4.) et nous rechercherons une fonction de plasticité $g(\sigma, \epsilon)$ moins empirique que les relations proposées jusqu'à présent : (2.8.), (2.9.), (2.10.).

Pour cela, nous nous appuierons sur les mécanismes microscopiques qui contrôlent la déformation et l'expression de la fonction g sera obtenue à partir d'un modèle simple de multiplication et de mouvement plan des dislocations.

Nous verrons d'ailleurs que la relation qui lie la densité des dislocations mobiles à la déformation ne peut être semblable à la relation obtenue expérimentalement en statique, mais doit présenter une variation brutale en "avalanche" pour tenir compte des observations expérimentales.

Un calcul sur ordinateur, dont le détail est donné en Annexe III, permet alors de connaître le comportement du matériau pendant l'essai.

Les résultats du calcul sont ensuite comparés aux résultats obtenus expérimentalement et nous verrons que le domaine de variation possible des paramètres intervenant dans ce calcul, est très étroit, ce qui renforce la validité du modèle utilisé.

II.2. HYPOTHESES ET EQUATIONS DE DEPART.

Cette étude porte sur des éprouvettes cylindriques, de diamètre faible par rapport à leur longueur. Dans ces conditions, il est possible de faire les hypothèses suivantes :

- a) le problème est unidimensionnel,
- b) les ondes qui se propagent sont planes, les sections de l'éprouvette restent planes et la contrainte y est uniforme.

On peut montrer (59) que cette seconde hypothèse est satisfaite si la longueur d'onde du signal est grande par rapport au diamètre de l'éprouvette (cf. Chapitre I - I.3.1.5.). C'est le cas ici puisque l'éprouvette a un diamètre de 3,25 mm et que l'on peut évaluer à environ 60 mm la longueur d'onde du premier harmonique du signal, correspondant à un temps de montée en charge de trois microsecondes.

Moyennant ces hypothèses, on établit facilement les équations de propagation des ondes qui lient les variables caractérisant l'état du matériau dans un repère Lagrangien.

σ la contrainte

ϵ la déformation relative

v la vitesse des particules

e l'énergie interne.

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}$$

2.1. (conservation du moment)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

2.2. (équation de continuité)

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} = \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

2.3. (énergie)

L'équation 2.3. n'est valable que dans le cas d'une transformation adiabatique. Pour tenir compte de la réalité, il faut mesurer les échanges de chaleur avec l'extérieur, ce qui exige de connaître la répartition des températures dans l'éprouvette, à chaque instant. Cette mesure s'avérant très difficile, on remplace l'équation 2.3. par une équation dite de comportement mécanique.

Dans le domaine élastique, cette troisième équation n'est autre que la loi de HOOKE $\sigma = E \varepsilon$ (E = module élastique du matériau). Dans le domaine plastique, deux équations sont généralement utilisées suivant que l'on tient compte ou non de l'effet de la vitesse de déformation.

Rappelons que MALVERN (9) propose une équation de la forme :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \quad 2.4.$$

La fonction $g(\sigma, \varepsilon)$ qui représente la vitesse de déformation plastique est appelée "fonction de plasticité".

KARMAN (5) et CLARK (76) proposent une relation explicite entre la contrainte et la déformation :

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad 2.5.$$

Les résultats expérimentaux amènent à préférer la forme proposée par MALVERN (14).

Des modèles empiriques ont été proposés pour la fonction de plasticité $g(\sigma, \varepsilon)$. Ainsi, MALVERN (9) a suggéré une relation

$$g(\sigma, \varepsilon) = f(\zeta)$$

dans laquelle :

$$\zeta = \sigma - h(\varepsilon) \quad 2.6.$$

où

$$\sigma = h(\varepsilon) \quad 2.7.$$

représente la courbe contrainte-déformation statique. MALVERN donne deux formes à la fonction $f(\zeta)$:

$$f(\zeta) = k\zeta \quad (\text{modèle linéaire}) \quad 2.8.$$

$$f(\zeta) = \frac{e^{\zeta/A} - 1}{B} \quad 2.9.$$

D'autres auteurs (10) à (13) donnent des expressions différentes pour la vitesse de déformation plastique.

Ces différents modèles empiriques ne rendent pas bien compte des résultats expérimentaux obtenus sur un acier ferritique à 17 % de chrome. Le modèle linéaire en particulier ne prévoit pas une variation brutale de la vitesse de déformation au début de l'essai (141). Signalons toutefois qu'un modèle de type puissance, voisin des modèles empiriques employés par JOHNSTON (14) et HAHN (14) :

$$f(\dot{\epsilon}) = A \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^n \quad 2.10.$$

donne des résultats beaucoup plus satisfaisants en ce qui concerne l'évolution de la déformation, mais présente encore certaines lacunes dans la prédiction de l'évolution de la contrainte (141). Cette évolution dépendant étroitement du comportement dynamique des dislocations, il semble nécessaire de s'appuyer sur la théorie des dislocations dans la recherche d'un modèle plus élaboré.

L'étude expérimentale donnera des indications sur l'évolution des variables d'état, nous permettant de formuler des hypothèses sur la multiplication et le déplacement des dislocations dans l'éprouvette et d'explicitier ensuite la vitesse de déformation plastique.

II.3. ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DEFORMATION A GRANDE VITESSE.

II.3.1. La machine d'essai.

La machine utilisée est du type "block - bar" et réalise des essais en traction.

Elle est constituée de deux rails parallèles entre lesquels circule un projectile mis en mouvement par la détente d'un faisceau de caoutchouc à une vitesse pouvant varier de 3 à 60 m/s. L'éprouvette de longueur 30 mm et de diamètre $\phi = 3,25$ mm, est fixée à un dynamomètre de grande longueur ($\phi = 12$ mm) qui permet la mesure de la contrainte dans les sections de l'éprouvette voisines de l'encombrement.

La figure 2.1. montre le dispositif de traction autour de l'éprouvette, schématisé figure 2.2.

Rigidité de la machine :

Nous utilisons la définition proposée au paragraphe I.2.1.2.c. du Chapitre I, à savoir :

$$R = \frac{\Delta P}{\Delta v}$$

La rigidité de la machine est théoriquement celle du dynamomètre :

$$\Delta P = \Delta \sigma A$$

où A est la section du dynamomètre et σ

la contrainte dont l'expression est :

$$\sigma = \rho c v$$

ρ = masse volumique

c = vitesse des ondes élastiques

v = vitesse particulaire.

La rigidité s'exprime donc :

$$R = \frac{\Delta P}{\Delta v} = \rho c A$$

comme :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \text{ il vient :}$$

$$R = \frac{E A}{C} \quad 2.11.$$

Cette rigidité est un peu moins grande en réalité en raison de la liaison éprouvette - dynamomètre qui comporte des filets susceptibles de se déformer un peu. On peut cependant affirmer que cette machine possède une grande rigidité.

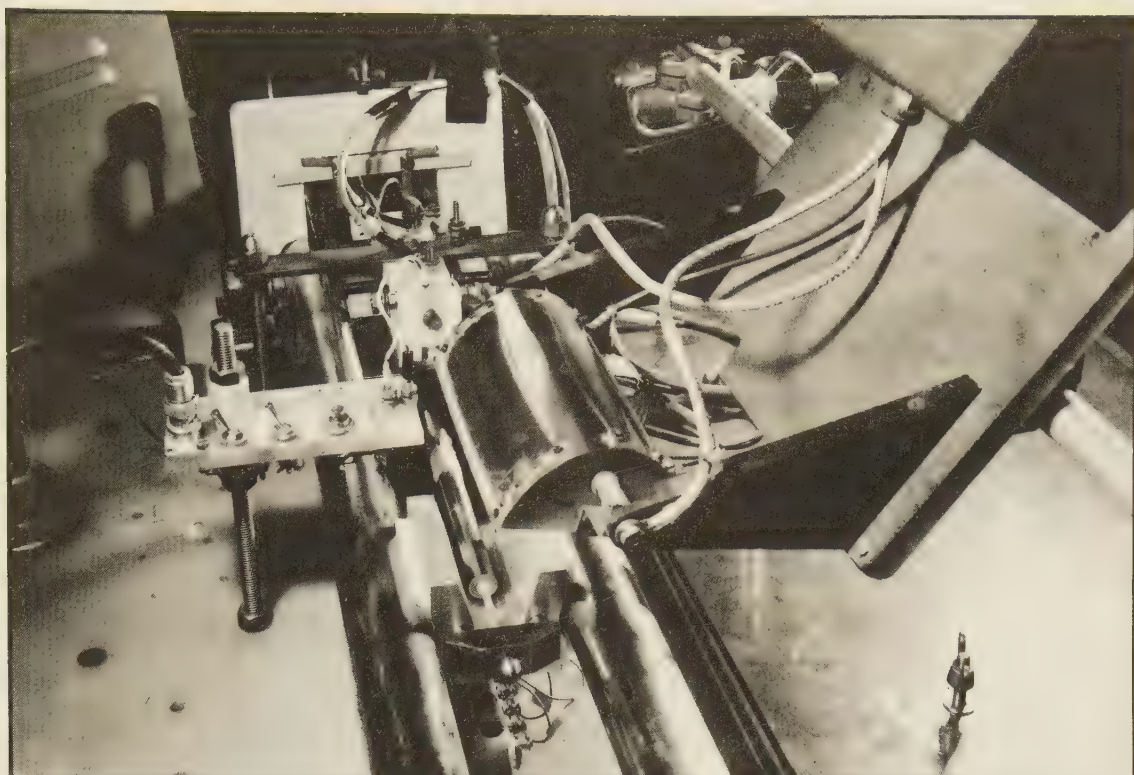


Figure 2.1 - Dispositif de traction

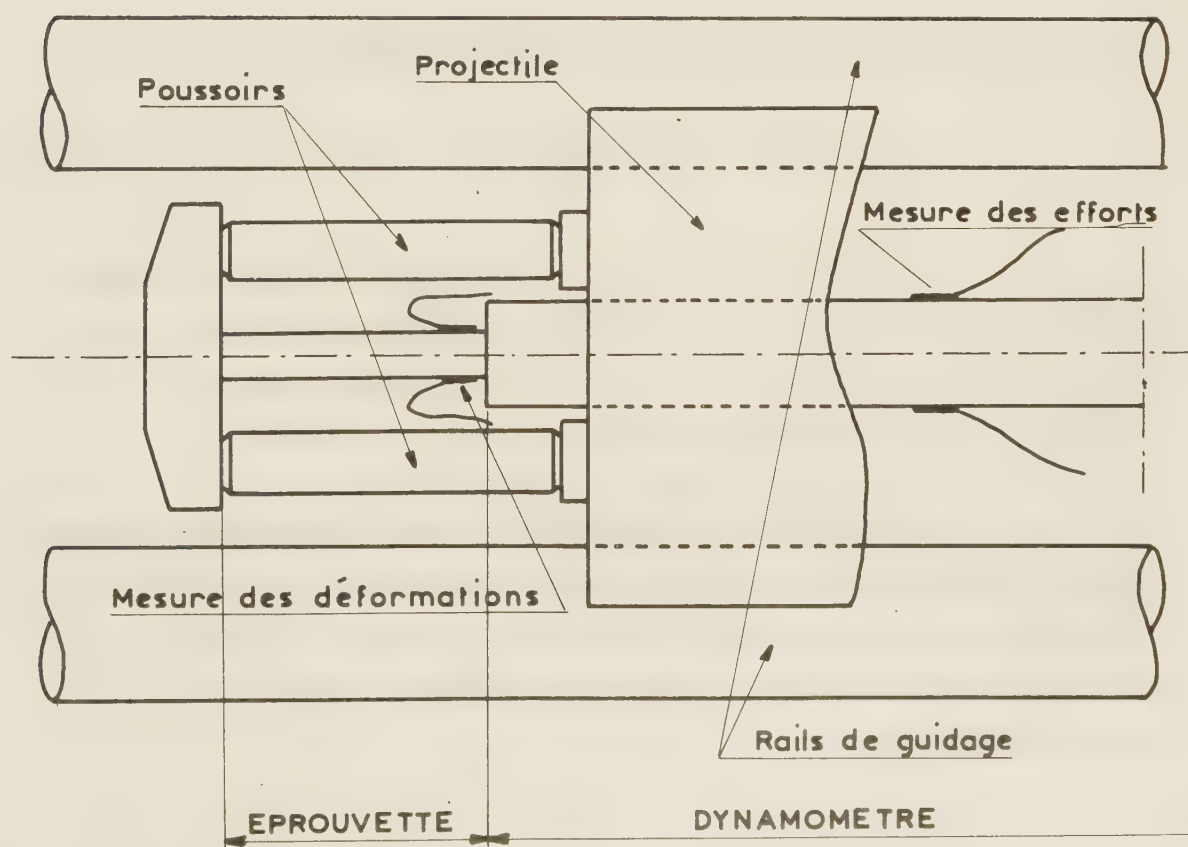


Figure 2.2 - Schéma du dispositif de traction

Vitesse de mise en charge :

Comme nous le verrons plus loin, la montée en vitesse se fait en un temps inférieur à $60 \mu s$. Pour un essai à $50 m s^{-1}$, la vitesse de mise en charge est alors :

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta t} \geq \rho c \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \left(\begin{array}{l} \rho = 7,8 g cm^{-3} \\ c \sim 5\,000 m s^{-1} \end{array} \right)$$

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta t} \geq 3 \cdot 10^8 \text{ hbar } s^{-1}$$

L'accélération que subit une section est :

$$\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0,8 \cdot 10^6 m s^{-2}$$

ce qui correspond à une force d'inertie moyenne pour l'éprouvette de :

$$F = M \gamma = 147 \text{ hbar.}$$

On peut remarquer que ces forces d'inertie atteignent des valeurs importantes. Si le matériau a un comportement du type "MALVERN", on pourra avoir dans l'éprouvette des contraintes supérieures à la limite élastique statique.

Si le matériau obéit plutôt à la théorie de VON KARMAN, l'inertie moyenne sera un peu plus faible mais on aura une déformation extrêmement hétérogène dans l'échantillon, certaines sections ayant déjà atteint une déformation importante pendant que d'autres ne sont pas encore déformées.

Essais à vitesse constante :

Si l'on veut réaliser des essais à vitesse de traction constante, il faut que l'énergie de déformation de l'éprouvette soit faible devant l'énergie cinétique du projectile de masse M .

Si V_I est la vitesse initiale et V_F la vitesse finale du projectile, on peut écrire, en négligeant les masses des parties en mouvement, par rapport à M :

$$\frac{M}{2} (V_I - V_F)^2 = V \int_0^{\epsilon_R} \sigma d\epsilon = \mathfrak{E} \quad 2.12.$$

où V est le volume de l'éprouvette.

Si σ_R et ϵ_R sont les contraintes et allongements à la rupture :

$$\mathfrak{E} = V \frac{\sigma_R \epsilon_R}{2} \quad 2.13.$$

Pour une éprouvette d'acier :

$$\mathfrak{E} = 31 \eta \quad 2.14.$$

En posant $\frac{V_F}{V_I} = \alpha$ dans l'équation de l'énergie :

$$M = \frac{2 \mathfrak{E}}{V_I^2 (1 - \alpha)^2} \quad 2.15.$$

Suivant la valeur de α que l'on désire, on peut ainsi calculer la masse que doit avoir le projectile pour une vitesse initiale donnée. Le tableau F donne les valeurs de M pour des éprouvettes en acier, et, également le temps de l'essai pour α donné (t_F) et pour $\alpha = 1$ (t_I).

	V_{I-1} $m \ s^{-1}$	10	20	30	40	50
$\alpha = 0,9$	M kg.	61	15,5	6,8	3,8	2,4
	$t_I \ \mu s$	840	420	280	210	168
	$t_F \ \mu s$	884	442	294	220	177
$\alpha = 0,8$	M	15,5	3,8	1,72	0,97	0,62
	t_I	840	420	280	210	168
	t_F	935	467	312	234	187
$\alpha = 0,7$	M	6,8	1,72	0,76	0,42	0,27
	t_I	840	420	280	210	168
	t_F	990	495	330	248	198

Tableau F

Masse du projectile et durée de l'essai pour la traction
d'une éprouvette en acier.

On peut remarquer sur ce tableau que si l'on ne veut pas utiliser un projectile ayant une masse de plus de 4 kg et si l'on veut effectuer un essai à une vitesse constante à 70 % près, on ne pourra pas descendre à une vitesse de traction inférieure à $10 \ m \ s^{-1}$.

Signalons enfin, que pour une tension constante du faisceau de caoutchouc, la vitesse est reproductible à 10 % près à la vitesse de 10 m s^{-1} et à 5 % près à la vitesse de 50 m s^{-1} .

II.3.2. Les moyens de mesure.

II.3.2.1. Mesure des contraintes.

La contrainte au voisinage de la section encastree de l'éprouvette est mesurée par des jauges extensométriques placées sur le dynamomètre (Figure 2.2.).

Quatre jauges sont utilisées et constituent les branches d'un pont de WHEATSTONE alimenté en continu (Figure 1.9.). Deux des jauges sont "actives" et mesurent les élongations longitudinales, les deux autres étant destinées à compenser les flexions parasites dues aux défauts éventuels d'axialité.

Sur la figure 1.1., les résistances 1, 2, 3, 4, n servent à l'équilibrage statique du pont qui comporte, en réalité, un système analogue, avec des capacités pour réaliser l'équilibrage en régime transitoire.

R_c est une résistance de calibrage dont nous verrons le rôle un peu plus loin.

Une mesure différentielle du déséquilibre du pont pendant le passage du signal est indispensable aux sensibilités où l'on travaille.

L'oscilloscope enregistre donc $(V_1 - V_2)$ tel que :

$$V_1 - V_2 = \frac{U}{2} \frac{\Delta R}{R} \quad 2.16.$$

pour 2 jauges actives.

où U est la tension d'alimentation et ΔR la variation de résistance de la jauge qui est proportionnelle à la variation de longueur :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l} \quad 2.17.$$

où k est le facteur de jauges.

La contrainte dans le dynamomètre est donc :

$$\sigma = \frac{2 E}{U} \left(\frac{V_1 - V_2}{k} \right) \quad 2.18.$$

Dans la pratique, on ne détermine pas la contrainte à l'aide de cette formule car cela nécessiterait d'avoir une tension d'alimentation très stable et mesurée avant chaque essai.

On préfère effectuer un calibrage statique consistant à mesurer la déviation d'un galvanomètre lorsque le dynamomètre est chargé statiquement avec une force connue. La résistance R_c étant ouverte, on relâche alors la charge et on ferme R_c que l'on ajuste de façon à produire la même déviation du galvanomètre.

On peut alors graduer le potentiomètre R_c en kilogrammes directement.

Avant de réaliser l'essai dynamique on branche la sortie du pont sur un oscilloscope cathodique à entrée différentielle, de 1 MHz de bande passante. On photographie alors la trace correspondant au pont équilibré sans R_c , puis la trace avec la résistance R_c ajustée à une valeur déterminée.

L'enregistrement de la contrainte pendant l'essai se fait sur la même photographie.

La figure 2.3. présente un enregistrement type sur une éprouvette en acier F 17 (courbe du haut), la contrainte entre les deux traits de calibrage étant donnée par R_c .

Les essais sur l'acier F 17 ont été réalisés avec des jauges de 120Ω ayant un coefficient $k = 2,02$.

Pour les essais effectués sur cuivre dont nous parlerons au Chapitre III, on a utilisé des jauges à semi-conducteurs de taille extrêmement réduite, qui diminuent l'intégration du signal et qui ont un facteur k voisin de 200 permettant de travailler à plus faible sensibilité lors de tractions de polycristaux. Ces jauges sont en outre indispensables pour les tractions dynamiques de monocristaux de cuivre pur dont la limite élastique est de l'ordre de 200 g mm^{-2} .

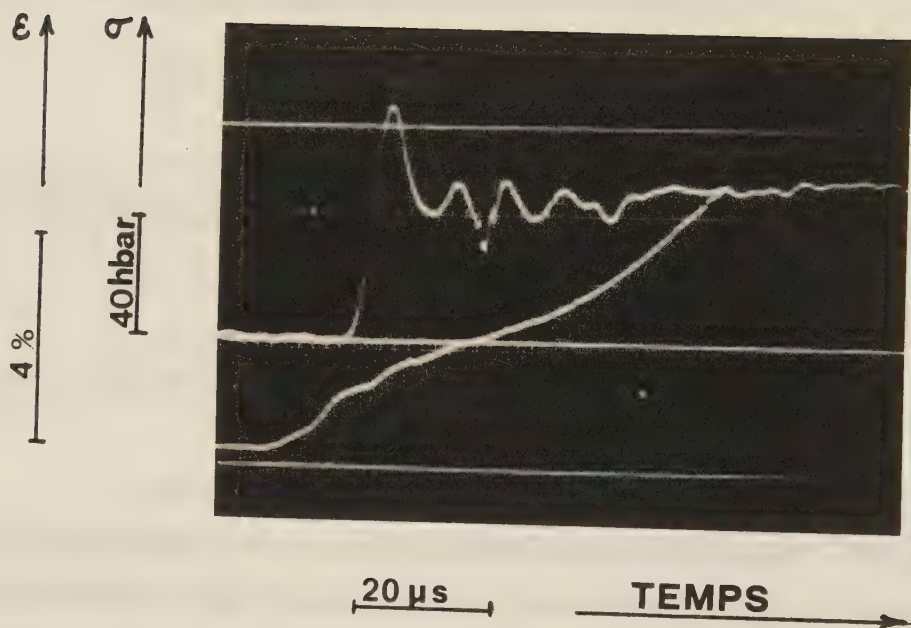


Figure 2.3
Enregistrement en fonction du temps
de la contrainte σ et de la déformation ϵ

II.3.2.2. Enregistrement des déformations.

Deux méthodes ont été utilisées au cours de nos essais : la première fournit la déformation en un seul point de l'éprouvette, tandis que la deuxième permet d'obtenir la répartition des déformations dans l'échantillon à différents instants.

- Enregistrements des déformations par jauges.

Des jauges à haute élongation sont collées directement sur l'éprouvette (Figure 2.2.) et permettent d'obtenir l'évolution de la déformation dans une section jusqu'à 5 % environ.

Un enregistrement type de la déformation au voisinage de l'extrémité encastrée est donnée figure 2.3. (courbe du bas).

Cette méthode permet de mesurer la déformation aux tout premiers instants de l'essai et, en particulier, la limite élastique.

Sur la figure 2.3. (courbe du bas) on peut observer le changement de pente dans la courbe au passage de la limite élastique ($\epsilon \sim 0,4 \%$).

- Enregistrements des déformations par cinématographie ultra-rapide.

Cette méthode a été mise au point par JOLY et FRANCOIS (56) et permet l'enregistrement en continu des déformations au moyen d'une caméra ultra-rapide à fente du L.C.A. à l'aide d'un réseau de traits brillants tracé sur l'éprouvette.

La figure 2.4. donne le schéma de principe de la caméra et la figure 2.5. un exemple d'enregistrement.

L'éprouvette est éclairée par un flash électronique de 600 Joules dont le déclenchement est synchronisé avec le début de la traction.

En effectuant des coupes dans l'enregistrement de la figure 2.5. on obtient la répartition des déformations dans l'échantillon à différents instants.

La figure 2.6. représente les profils des déformations relatifs à trois éprouvettes de 30 mm à différents instants, pour une vitesse de traction de 50 m s^{-1} . Des courbes moyennes obtenues à partir de ces profils sont également représentées (Figure 2.7.). Elles peuvent être considérées comme représentatives de l'évolution de la déformation dans une éprouvette de 30 mm soumise à un essai de traction à la vitesse de 50 m s^{-1} .

Cette méthode d'enregistrement donne une vue d'ensemble de l'évolution de la déformation au cours du temps. Pour des déformations inférieures à 1 %, sa précision relative n'est cependant pas suffisante et ne permet pas de tracer des courbes "déformation - temps" dans différentes sections de l'éprouvette.

La figure 2.8. montre le dispositif.

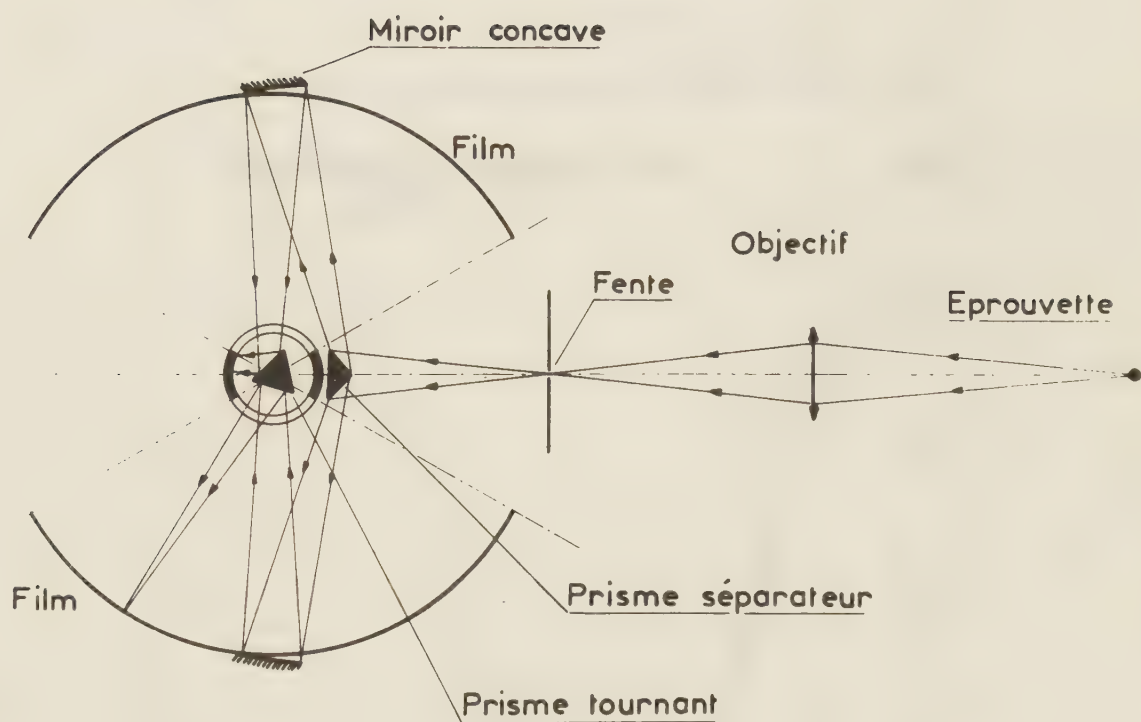


Figure 2.4
Caméra ultra-rapide - Schéma de principe

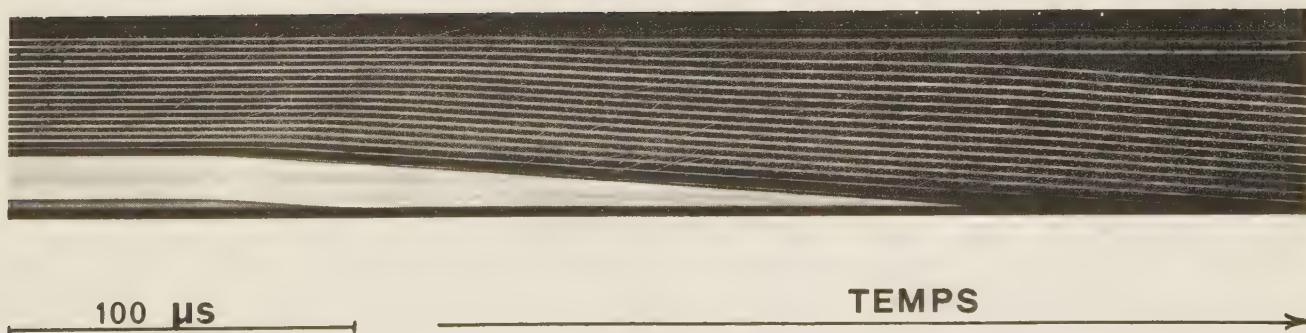


Figure 2.5 - Exemple d'enregistrement

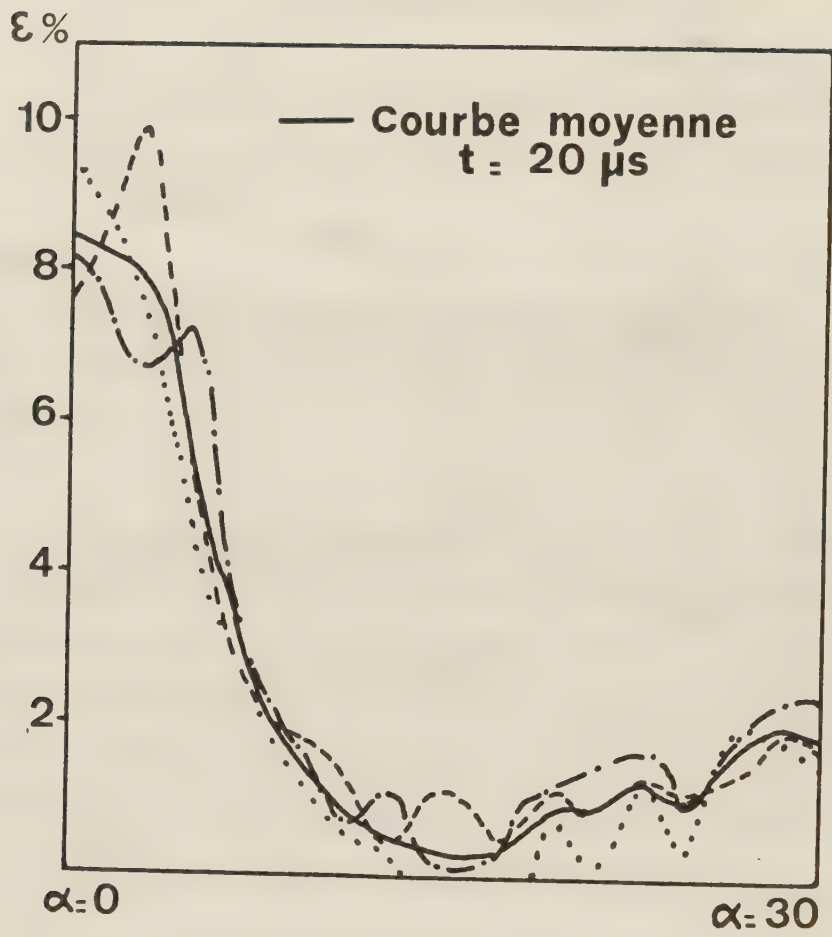


Figure 2.6 a

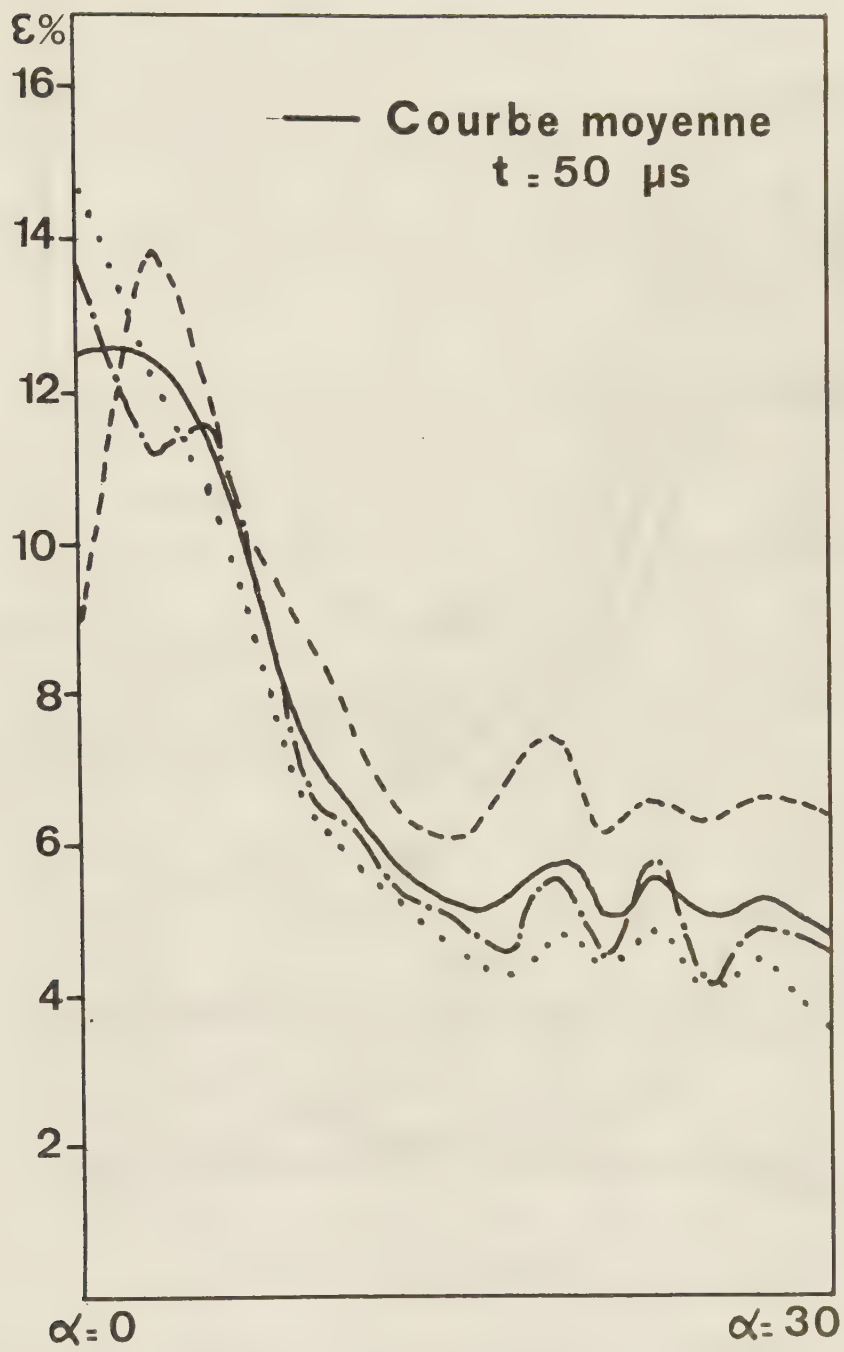


Figure 2.6 b

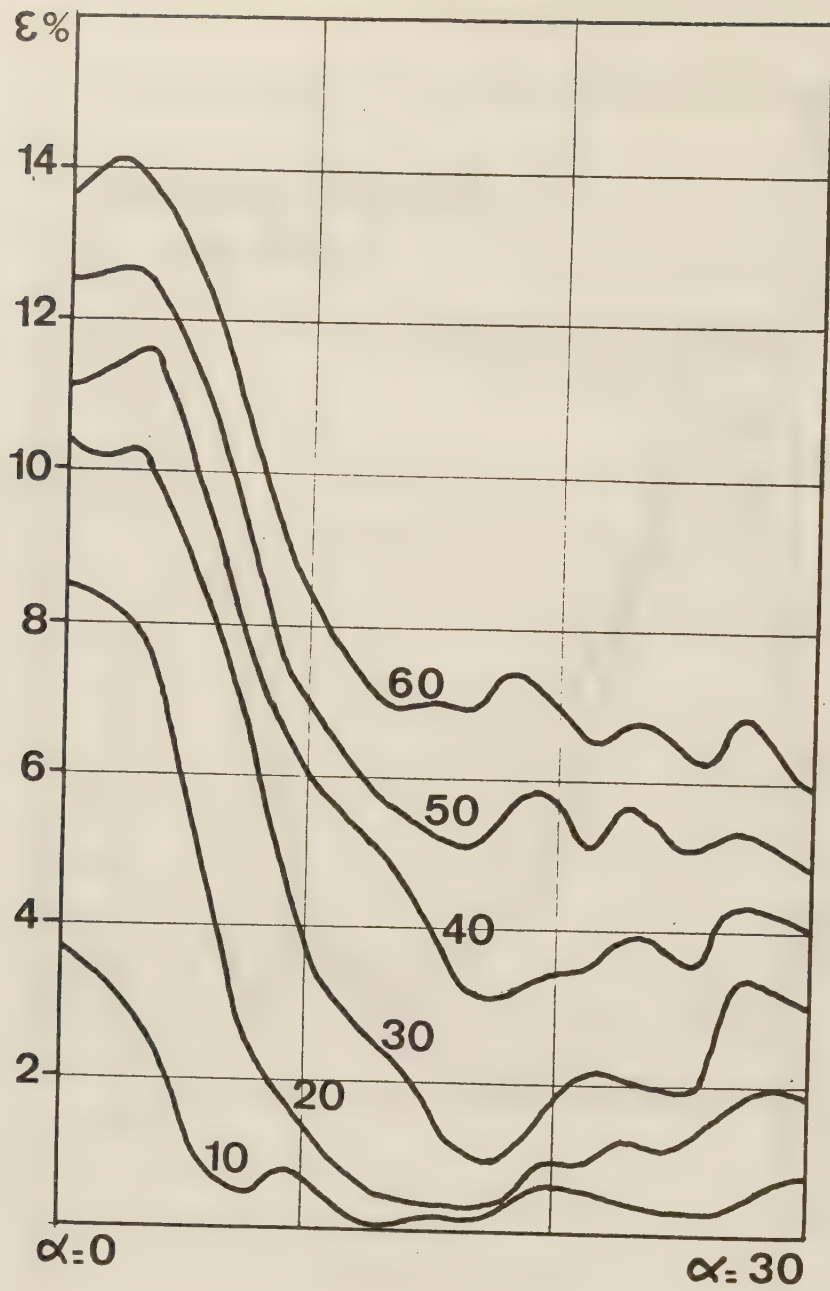


Figure 2.7

Evolution expérimentale moyenne $\bar{V} = 50 \text{ ms}^{-1}$

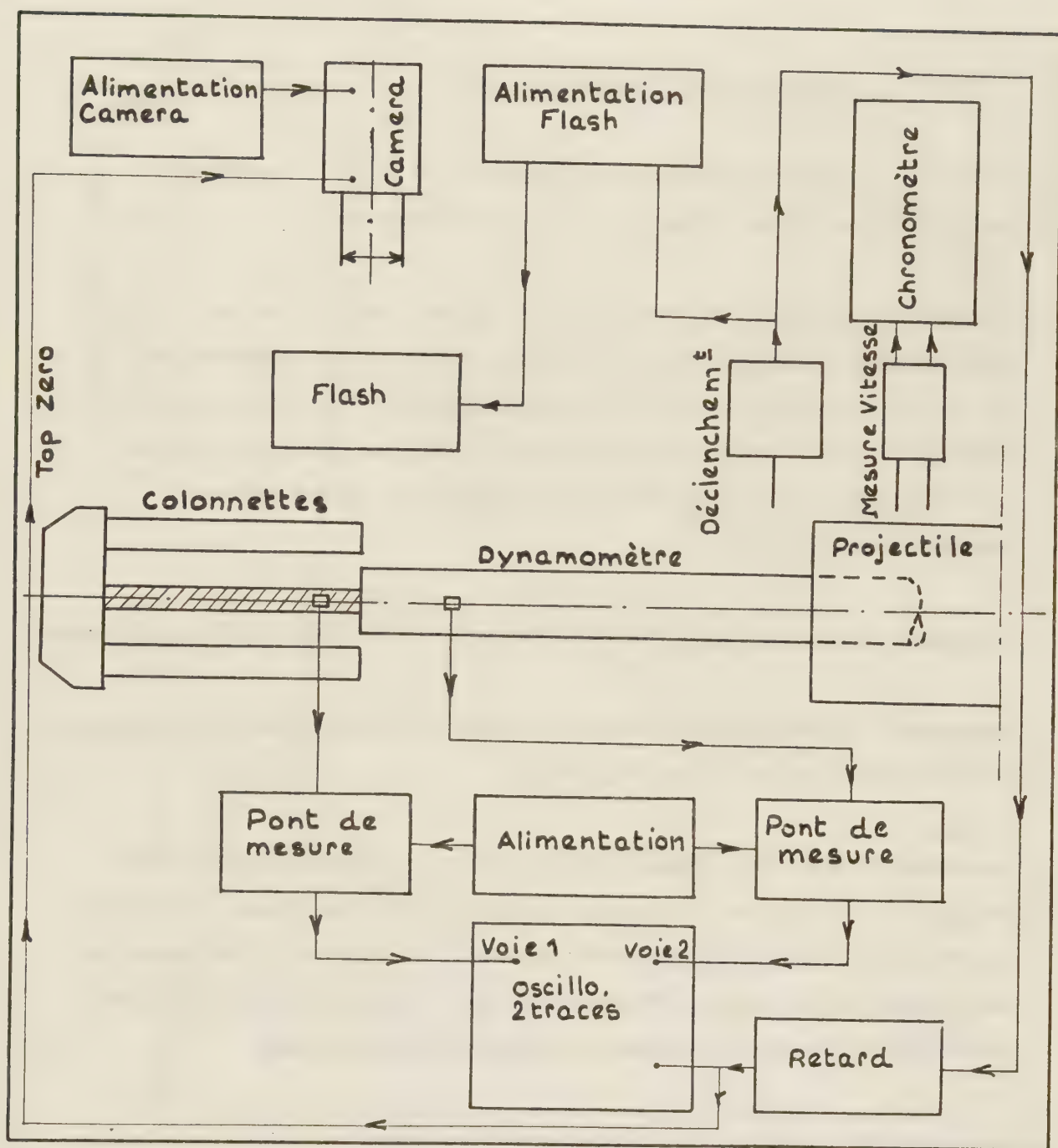


Figure 2.8.

Chaîne de mesure.

II.3.3. Discussion des enregistrements.

L'observations des figures 2.3. et 2.7. permet la mise en évidence d'un certain nombre de phénomènes:

- . l'existence, au début de l'essai, d'un régime transitoire caractérisé par une forte hétérogénéité de la contrainte et de la déformation. On remarque en particulier l'existence d'un "pic" de contrainte très accentué suivi d'une relaxation rapide . Les oscillations relevées sur la courbe contrainte-temps sont dues aux effets d'inertie radiale (65) , (141).
- . la grande amplitude de la déformation près de la section d'encastrement.
- . la brusque variation de la vitesse de déformation au moment du passage du pic de contrainte (Figure 2.9.).
- . le régime transitoire d'une durée de $30 \mu s$ (environ) est suivi d'un régime permanent au cours duquel la contrainte augmente lentement en raison de l'écrouissage. A ce moment, la vitesse de déformation est homogène le long de l'éprouvette, et a une valeur sensiblement constante et égale à la vitesse moyenne de déformation.
- . la contrainte au palier peut être considérée comme une détermination de la charge de rupture (~ 55 hbar). La dispersion dans les valeurs des contraintes au pic (~ 70 hbar) est assez faible et peut être due à l'axialité non parfaite du réglage.

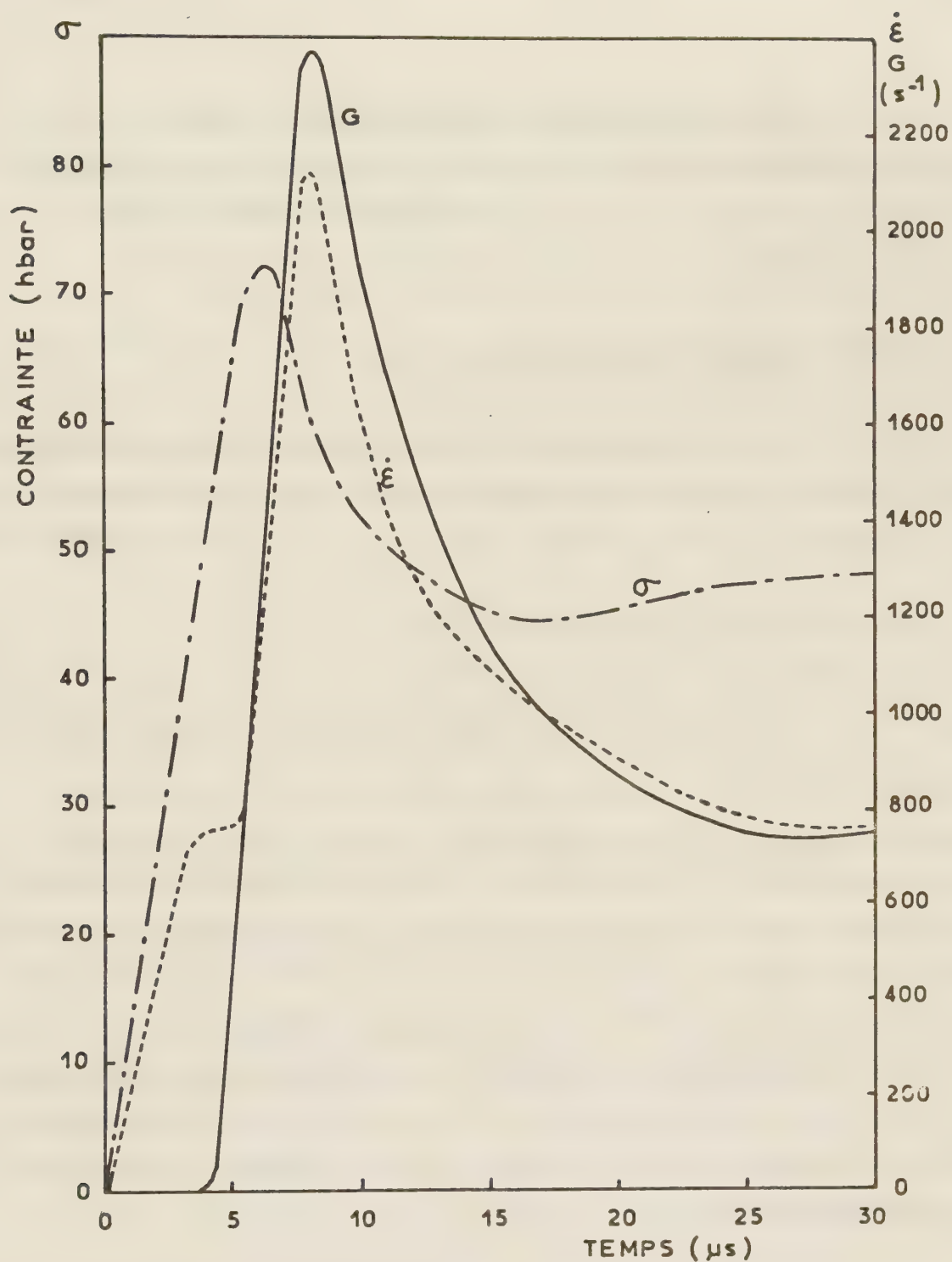


FIGURE 2.9 .Evolution de la contrainte, de la vitesse de déformation et de la fonction $g(\sigma, \epsilon)$ en fonction du temps, dans la section d'encastrement .

Ainsi, la déformation est toujours plus grande au voisinage de l'extrémité mobile, ce qui permet de prévoir que la striction aura lieu à cet endroit. Il en est effectivement ainsi dans 90 % des cas environ (rupture au voisinage immédiat de la tête d'impact).

II.3.4. Vitesse de déformation plastique.

Les enregistrements décrits ci-dessus permettent de tracer l'évolution de la vitesse de déformation plastique (donc de la fonction de plasticité) au cours du temps. L'équation 1.52. donne en effet :

$$g(\sigma, \varepsilon) = \dot{\varepsilon} - \frac{1}{E} \dot{\sigma}$$

La figure 2.9. ainsi obtenue montre la variation des différentes variables au cours du temps. Elle permet notamment de constater l'existence d'un maximum de la vitesse de déformation plastique coïncidant avec le maximum de la vitesse de déformation et décalé par rapport au pic de contrainte (de 2 à 3 μs). Il est intéressant de noter que ce pic de vitesse de déformation plastique se situe pendant la relaxation de la contrainte. Cette remarque permet d'affirmer qu'une relation du type de celle proposée par MALVERN ne peut pas convenir dans ce cas ; elle impose par conséquent, que l'expression de la vitesse de déformation plastique comporte en plus un terme dépendant explicitement de la déformation.

Ce terme, doit, pour rendre compte de la montée brutale de la vitesse de déformation, être prépondérant dans les instants qui suivent le passage du pic de contrainte en augmentant très vite avec la déformation.

Pour expliquer ensuite le maximum et la décroissance de la fonction g , le terme dépendant de la contrainte (qui décroît alors) doit, à son tour devenir prépondérant.

On peut alors penser que le terme croissant rapidement avec la déformation plastique est un terme caractérisant la variation de densité des dislocations mobiles (terme prépondérant en début d'essai), alors que le terme décroissant avec la contrainte représente la vitesse de ces dislocations, et contrôle la déformation à la fin du régime transitoire.

Les conclusions qui viennent d'être tirées des enregistrements expérimentaux ont déjà fait l'objet d'une communication aux Journées d'Automne de la Métallurgie en 1968 (142).

II.4. DETERMINATION DE LA FONCTION DE PLASTICITE.

II.4.1. Densité et vitesse des dislocations.

Depuis les travaux de TAYLOR (105), on sait que la déformation plastique résulte du mouvement de dislocations au sein du cristal.

Ces dislocations se déplacent principalement par glissement dans les plans où la contrainte résolue est maximale.

Si γ est le cisaillement dans ces plans, N la densité moyenne des dislocations mobiles de vecteur de BURGERS b , et v la vitesse moyenne de ces dislocations, on a vu (1.70) :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = N b v$$

D'après GILMAN (121), la vitesse des dislocations peut s'écrire (1.97) :

$$v = v_{\infty} \exp. \left(- \frac{\tau_0 + \Phi \gamma}{\tau} \right)$$

v_{∞} est la vitesse limite des dislocations

τ_0 est une contrainte caractérisant l'état du matériau

Φ est un terme caractérisant l'écrouissage

τ est la contrainte de cisaillement appliquée.

La densité totale des dislocations est fonction de la déformation. Expérimentalement :

$$N_T = N_{0T} + \alpha' \gamma^n \quad 2.19.$$

Pour le fer et l'acier doux, n est voisin de 1 (111).

α' est le coefficient de multiplication. Pour les métaux recuits, N_{0T} est compris entre 10^6 et $10^8 / \text{cm}^2$.

Les mesures expérimentales ne permettent d'atteindre que la densité totale N_T . Or, dans l'équation (1.70) N est la densité moyenne des dislocations mobiles. On écrit en général :

$$\frac{N}{N_T} = f$$

Le coefficient f diminue avec l'augmentation de la densité totale N_T au cours de la déformation en raison des interactions de plus en plus nombreuses.

Cependant, afin de simplifier les calculs, nous considérerons f comme constant et égal à $\frac{1}{10}$.

L'équation (2.19) s'écrit alors :

$$N = N_0 + \alpha \gamma^n \quad 2.20.$$

avec : $\alpha = f \alpha'$ 2.21.

Nous verrons que la relation 2.20. obtenue expérimentalement dans le cas d'essais statiques ne pourra pas convenir pour les essais dynamiques et que la courbe $N(\gamma)$ devra avoir la forme d'un créneau afin de représenter une multiplication brutale des dislocations dès que la déformation atteint une certaine valeur.

II.4.2. Vitesse de déformation plastique.

Les équations (1.97) et (2.20) sont appliquées ici à un cas particulier avec les hypothèses suivantes :

- a) Eprouvette cylindrique de rapport diamètre-longueur faible.
- b) La contrainte dynamique appliquée est plane et dirigée suivant l'axe de l'éprouvette.
- c) La déformation longitudinale est produite par le glissement des dislocations dans des plans à 45° par rapport à l'axe de traction (plans de cisssion maximale).
- d) La surface extérieure est libre de contraintes.
- e) Les axes sont ceux des déformations principales.

La figure 2.10. montre les notations adoptées.

Soit un petit élément de surface de normale $\vec{n}$ incliné à 45° sur l'axe et $\vec{T}_\alpha$ la contrainte s'exerçant sur cet élément. La cisssion τ peut s'exprimer en fonction de la contrainte σ_{xx} en faisant le produit scalaire de $\vec{T}_\alpha$ par le vecteur unitaire tangent $\vec{t}$ situé dans le plan défini par $\vec{n}$ et $\vec{T}_\alpha$:

$$\tau = \vec{T}_\alpha \cdot \vec{t}$$

$$\vec{T}_\alpha = \alpha \vec{\sigma}_{xx} + \beta \vec{\sigma}_{yy} + \gamma \vec{\sigma}_{zz} \quad (\text{hypothèse f})$$

$$\text{ici : } \alpha = \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad \gamma = 0 \quad (\text{hypothèse c})$$

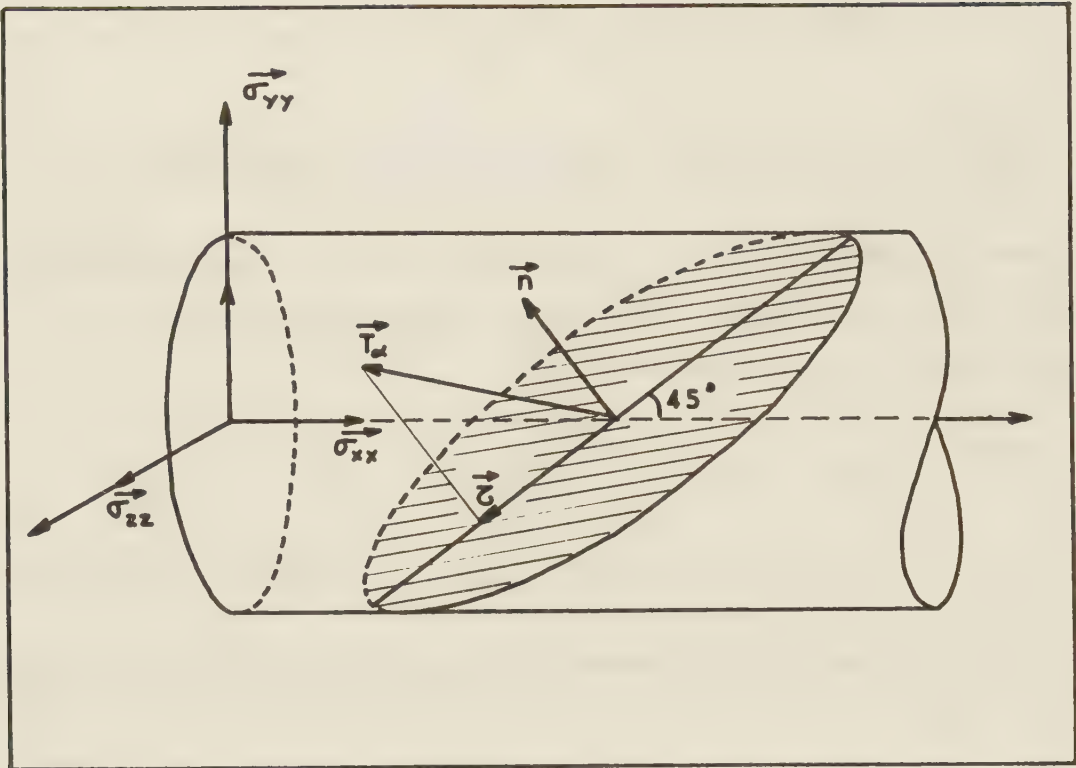


FIGURE 2.10 Plan de glissement à 45° . Notations.

Il vient donc :

$$\tau = \frac{1}{2} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})$$

A la surface $\sigma_{yy} = 0$ (hypothèse d)

D'après l'hypothèse a, σ_{yy} varie peu dans une section perpendiculaire à l'axe longitudinal. Il est donc possible de prendre $\sigma_{yy} = 0$ en tout point, et la cisssion est alors :

$$\tau = \frac{1}{2} \sigma_{xx} = \frac{1}{2} \sigma \quad 2.22.$$

(hypothèse b)

De la même façon, le cisaillement dans un plan à 45° de l'axe s'écrit

$$\gamma = \frac{1}{2} (\varepsilon_{xx}^p - \varepsilon_{yy}^p) \quad 2.23.$$

L'indice p signifiant ici qu'il s'agit de déformations plastiques.

D'après l'hypothèse e, on peut écrire :

$$\varepsilon_{xx}^p + 2 \varepsilon_{yy}^p = 0$$

Il vient alors :

$$\gamma = \frac{3}{4} \varepsilon_{xx}^p \quad 2.24.$$

D'autre part,

$$\varepsilon_{xx}^p = \varepsilon - \varepsilon_{xx}^e$$

ε étant la déformation totale suivant l'axe, de composante élastique ε_{xx}^e .

En reportant dans 2.24. :

$$\gamma = \frac{3}{4} \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E} \right) \quad 2.25.$$

En combinant les équations (1.70), (2.20), (2.22) et (2.25), il vient :

$$\dot{\varepsilon}_p = b \psi_0 \left[\frac{4}{3} N_0 + \alpha \left(\frac{3}{4} \right)^{n-1} \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E} \right)^n \right] \exp \left(- \frac{2 \tau_0}{\sigma} \right) \quad 2.26.$$

On remarquera que dans cette équation, le terme d'écrouissage a été négligé. En effet, l'acier étudié ne présente pas d'écrouissage marqué.

II.4.3. Choix des paramètres.

Le choix des paramètres doit être fait en tenant compte du fait que la fonction théorique $g(\sigma, \varepsilon)$ (c'est-à-dire $\dot{\varepsilon}_p$) doit présenter un maximum coïncidant avec le maximum observé expérimentalement, c'est-à-dire se produisant au cours de la relaxation de la contrainte après le pic. On peut noter tout d'abord que la fonction 2.26. ne peut présenter de maximum que si $n \leq 1$.

La condition pour que 2.26. présente un maximum s'obtient en annulant sa dérivée par rapport au temps :

$$\frac{dg}{dt} = -n \sigma^2 \left(-p + \frac{1}{E}\right) + 2 \tau_o \left(\xi - \frac{\sigma}{E}\right) + \frac{8}{3} \tau_o \frac{N_o}{\alpha} \left(\frac{3}{4}\right)^{1-n} \left(\xi - \frac{\sigma}{E}\right)^{1-n} = 0$$

2.27.

Dans cette relation p est le rapport de la vitesse de déformation totale à la vitesse de variation de la contrainte, au maximum de la vitesse de déformation plastique.

Il faut maintenant exprimer que le maximum de 2.26. coïncide avec le maximum expérimental, c'est-à-dire (Figure 2.9.) qu'il se produit pour $\xi = 0,7 \%$, $\sigma = 60 \text{ kg/mm}^2$ et $p \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^2/\text{kg}$. L'équation 2.27. devient dans ces conditions :

$$\frac{N_o}{\alpha} = \frac{(90n - 0,8 \tau_o) 3^n}{0,8 \tau_o - 10^{3n}}$$

N_o étant positif, le numérateur du second membre doit l'être aussi.

Donc, il faut :

$$\tau_o < \frac{90n}{0,8} \quad 2.28.$$

comme par ailleurs :

$$n \leq 1 \quad \tau_o < 112,5 \text{ kg/mm}^2$$

Les valeurs habituellement prises pour τ_o sont, en général, plus élevées (133), (23).

Le calcul de la fonction $g(\sigma, \xi)$ en fonction de σ a donc été fait, en prenant pour τ_0 les valeurs 100 et 110 kg/mm⁻² et pour n : 0,9 et 1, la valeur $n = 0,8$ n'étant pas possible d'après la condition 2.28.

La comparaison des courbes ainsi calculées, avec la courbe expérimentale (Figure 2.11.) permet de constater que, d'une part le pic expérimental est plus aigu (la courbe tracée représente une valeur moyenne pour trois essais) et que d'autre part, la concavité de la courbe expérimentale est positive pour $\sigma < 60$ hbar et négative pour $\sigma > 60$ hbar, alors que la concavité des courbes calculées est toujours négative.

Si néanmoins, on choisit la courbe calculée la plus voisine de la courbe expérimentale, on arrive aux valeurs suivantes :

$$\tau_0 = 110 \text{ hbar}$$

$$n = 1$$

$$\frac{N_0}{\alpha} = 0,68 \cdot 10^{-4}$$

Il est difficile de choisir une valeur déterminée pour v_∞ .

Les estimations de différents auteurs vont en effet de 28 (135) à 3200 m/s⁻¹ (133). Dans le cas où $v_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$ la densité initiale de dislocations doit être de $5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-2}$. Si $v_\infty = 3000 \text{ m s}^{-1}$, il faut $N_0 = 5 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2}$. Il semble raisonnable d'adopter la valeur

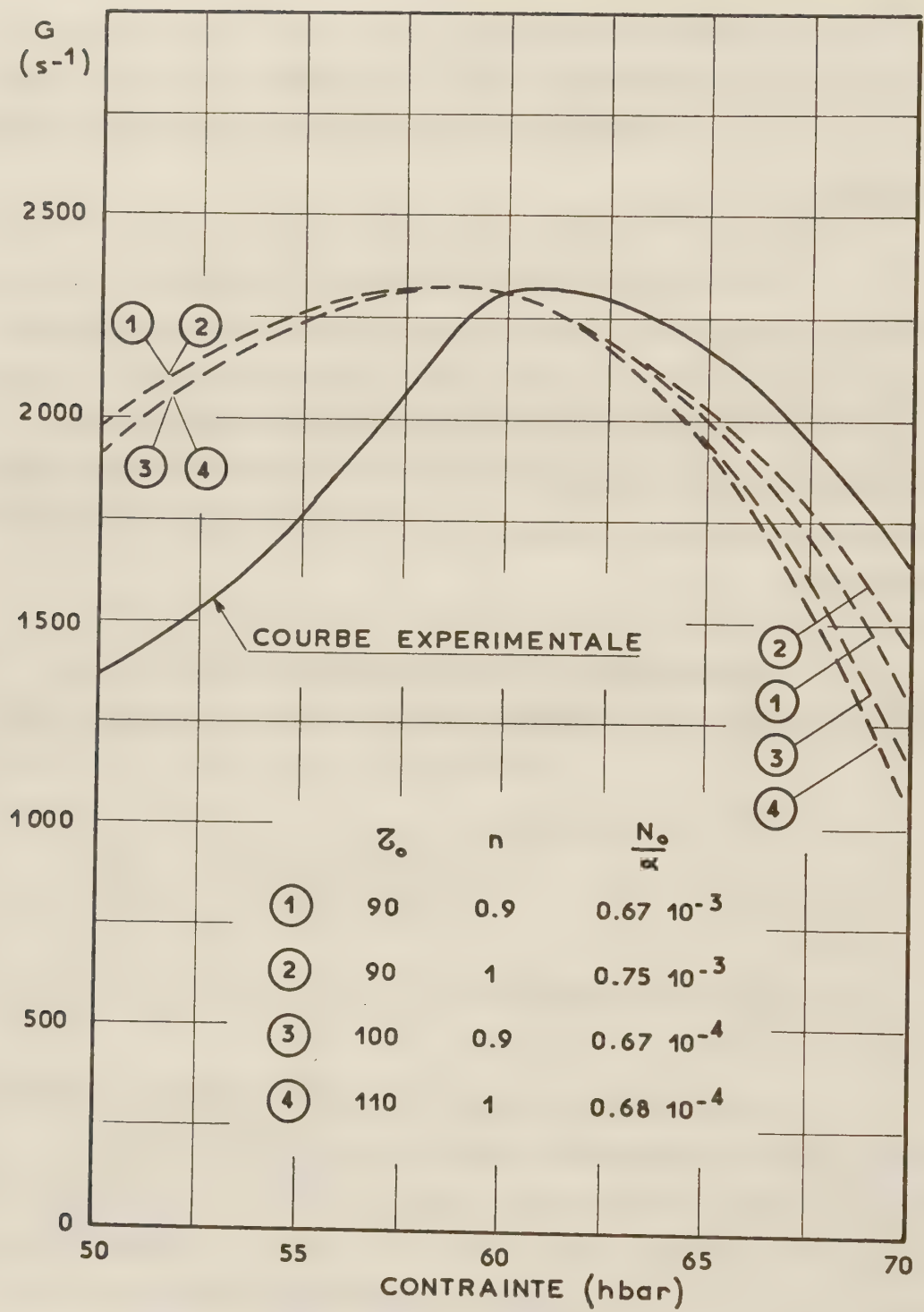


FIGURE 2.11 Allure de la fonction g . Modèle continu.

de $5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-2}$ puisque TAYLOR (133), trouve, par observation microscopique, une densité de $5 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$ dans du fer ARMCO, ce qui semble indiquer que la vitesse limite des dislocations serait dans le cas étudié, de l'ordre de 30 m s^{-1} .

Le modèle proposé permet de déterminer des valeurs de N_0 et v_∞ raisonnables. L'observation de la figure 2.11. permet cependant de faire quelques remarques.

Pour les contraintes comprises entre 70 et 60 hbar, l'allure des courbes théoriques est tout à fait semblable à celle de la courbe expérimentale. Leur évolution moins rapide cependant fait penser que la densité de dislocations doit varier plus rapidement que dans le modèle proposé. Par contre, en dessous de 60 hbar, la variation plus rapide de la courbe expérimentale et sa concavité positive font penser que la densité de dislocations doit alors croître moins vite que dans le modèle ou peut-être même décroître lorsque la formation croît. Il semble donc intéressant de modifier dans ce sens la loi de variation de la densité de dislocations.

II.4.4. Modèle discontinu.

Les remarques ci-dessus, ainsi que la constatation de l'existence d'un pic de contrainte (Figure 2.3.) permettent d'envisager un processus de déformation dynamique différent des processus habituellement considérés pour des déformations plus lentes. La loi de variation de la densité de dislocations, telle qu'utilisée dans le modèle

précédent, est en effet basée sur des observations expérimentales faites au cours d'essais quasi-statiques, et non d'essais dynamiques. Il a, de plus, été montré (142) que le pic de contrainte présentait un caractère pseudoélastique, ce qui permet de penser qu'un certain nombre de dislocations se déplacent pendant la montée de la contrainte.

Le processus de la déformation pourrait alors être le suivant : au début de l'essai, pendant la montée de la contrainte, les dislocations mobiles présentes dans le métal se mettent en mouvement, sans qu'il y ait multiplication. La vitesse de déformation étant élevée, il faut que la vitesse des dislocations mobiles soit grande, ce qui explique l'amplitude importante du pic de contrainte. Après un certain retard, assez comparable au phénomène de "delay-time" observé par ailleurs (16) et (143) à (145), la multiplication des dislocations se fait en avalanche, ce qui provoque l'élévation rapide de la vitesse de déformation plastique et la relaxation de la contrainte. La densité de dislocations atteint alors une valeur de "saturation". La contrainte étant à ce moment encore supérieure à la contrainte d'écoulement du régime permanent continue à décroître et la vitesse des dislocations nouvellement créées, diminue de telle sorte que la vitesse de déformation plastique décroît.

Soit ϵ_{el} la valeur de la déformation au passage de la limite élastique (mise en mouvement des dislocations), ϵ_E la déformation au début de la multiplication et ϵ_s à la saturation (Figure 2.12).

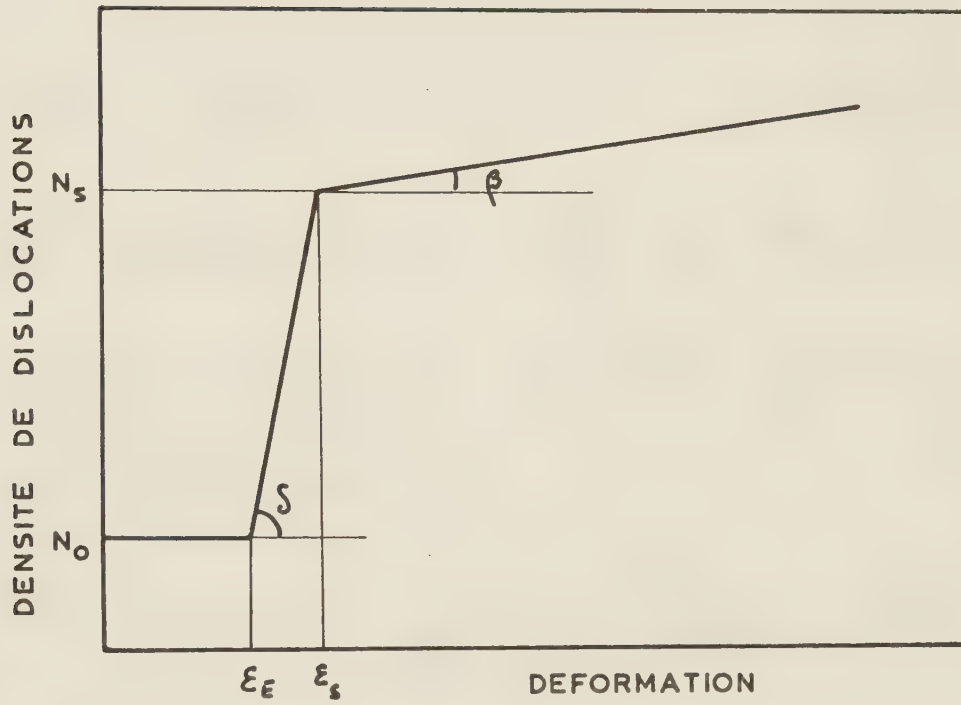


FIGURE 2.12 Evolution de la densité de dislocations.
Modèle discontinu.

Soit δ le coefficient de multiplication pendant l'avalanche et β le coefficient après la saturation (ce coefficient peut être négatif). L'expression de la vitesse de déformation plastique est alors :

$$g(\sigma, \varepsilon) = \dot{\varepsilon}_p = 0 \quad \text{si} \quad \varepsilon < \varepsilon_{ee} \quad 2.29.$$

$$g(\sigma, \varepsilon) = \frac{4}{3} N_0 b v_\infty \exp\left(-\frac{2\tau_0}{\sigma}\right) \quad \text{si} \quad \varepsilon_{ee} < \varepsilon < \varepsilon_E \quad 2.30.$$

$$g(\sigma, \varepsilon) = \frac{4}{3} b v_\infty \left\{ N_0 + \frac{3}{4} \delta \left[\varepsilon - \frac{\sigma}{E} - \left(\varepsilon_E - \frac{E}{E} \right) \right] \right\} \exp\left(-\frac{2\tau_0}{\sigma}\right) \\ \text{si} \quad \varepsilon_E < \varepsilon < \varepsilon_s \quad 2.31.$$

$$\text{avec :} \quad \delta = \frac{4}{3} \frac{N_s - N_0}{\varepsilon_s - \frac{\sigma_s}{E} - \left(\varepsilon_E - \frac{\sigma_E}{E} \right)} \quad 2.32.$$

$$g(\sigma, \varepsilon) = \frac{4}{3} b v_\infty \left\{ N_s + \frac{3}{4} \beta \left[\varepsilon - \frac{\sigma}{E} - \left(\varepsilon_s - \frac{\sigma_s}{E} \right) \right] \right\} \exp\left(-\frac{2\tau_0}{\sigma}\right) \quad 2.33. \\ \text{si} \quad \varepsilon > \varepsilon_s$$

II.4.4.1. Choix des paramètres.

Les paramètres à choisir dans les équations précédentes sont N_0 la densité initiale des dislocations mobiles, N_s la densité à la saturation et τ_0 .

Les valeurs ϵ_{ep} , ϵ_E et ϵ_s sont déterminées expérimentalement ($\epsilon_{ep} = 0,15 \%$, $\epsilon_E = 0,35 \%$ et $\epsilon_s = 0,70\%$)

La valeur de la déformation plastique au pic de contrainte étant très faible (0,05 %) (142) il est possible de prendre

$\gamma_E = 0$. Les équations 2.31. et 2.32. deviennent alors :

$$g(\sigma, \epsilon) = \frac{4}{3} b v_{\infty} \left[N_o + \frac{3}{4} \delta \left(\epsilon - \frac{\sigma}{E} \right) \right] \exp \left(- \frac{2 \tau_o}{\sigma} \right) \quad 2.34.$$

$$\delta = \frac{4}{3} \frac{N_s - N_o}{\epsilon_s - \frac{\sigma_s}{E}} \quad 2.35.$$

Les valeurs de σ et ϵ étant connues expérimentalement en fonction du temps, il est possible, en choisissant diverses valeurs pour N_o , N_s et τ_o , de calculer l'évolution de la fonction $g(\sigma, \epsilon)$ en fonction de la contrainte, au moyen des équations 2.34. et 2.35.

Les valeurs données successivement aux paramètres sont :

$$N_o = 10^6, 10^7 \text{ et } 10^8 \text{ cm}^{-2}$$

$$N_s = N_o \cdot 10, N_o 10^2, N_o 10^3, N_o 10^4, N_o 10^5 \text{ et } N_o 10^6$$

$$\tau_o = 100, 150 \text{ et } 200 \text{ hbar.}$$

Les calculs ont été effectués sur ordinateur.

Un certain nombre de combinaisons des trois paramètres ont pu être écartées d'office, en raison du fait qu'elles menaient à des valeurs de v_{∞} déraisonnables, c'est-à-dire non comprises entre 10 et 3000 m s⁻¹.

Les autres courbes ont alors été tracées et comparées à la courbe expérimentale (Figure 2.13.).

On constate sur cette figure, que l'allure générale des courbes théoriques est plus proche de l'allure de la courbe expérimentale que dans le modèle précédent. En particulier, les variations de concavité sont identiques. Le tableau ci-dessous indique quelles sont les combinaisons possibles des paramètres donnant des courbes voisines de la courbe expérimentale, la valeur de v_{∞} en résultant étant également indiquée.

N_o	10^6	10^7	10^6	10^7
N_s	10^8	10^9	10^9	10^{10}
τ_o kg / mm ²	150	150	150	150
v m / s	1000	100	100	10

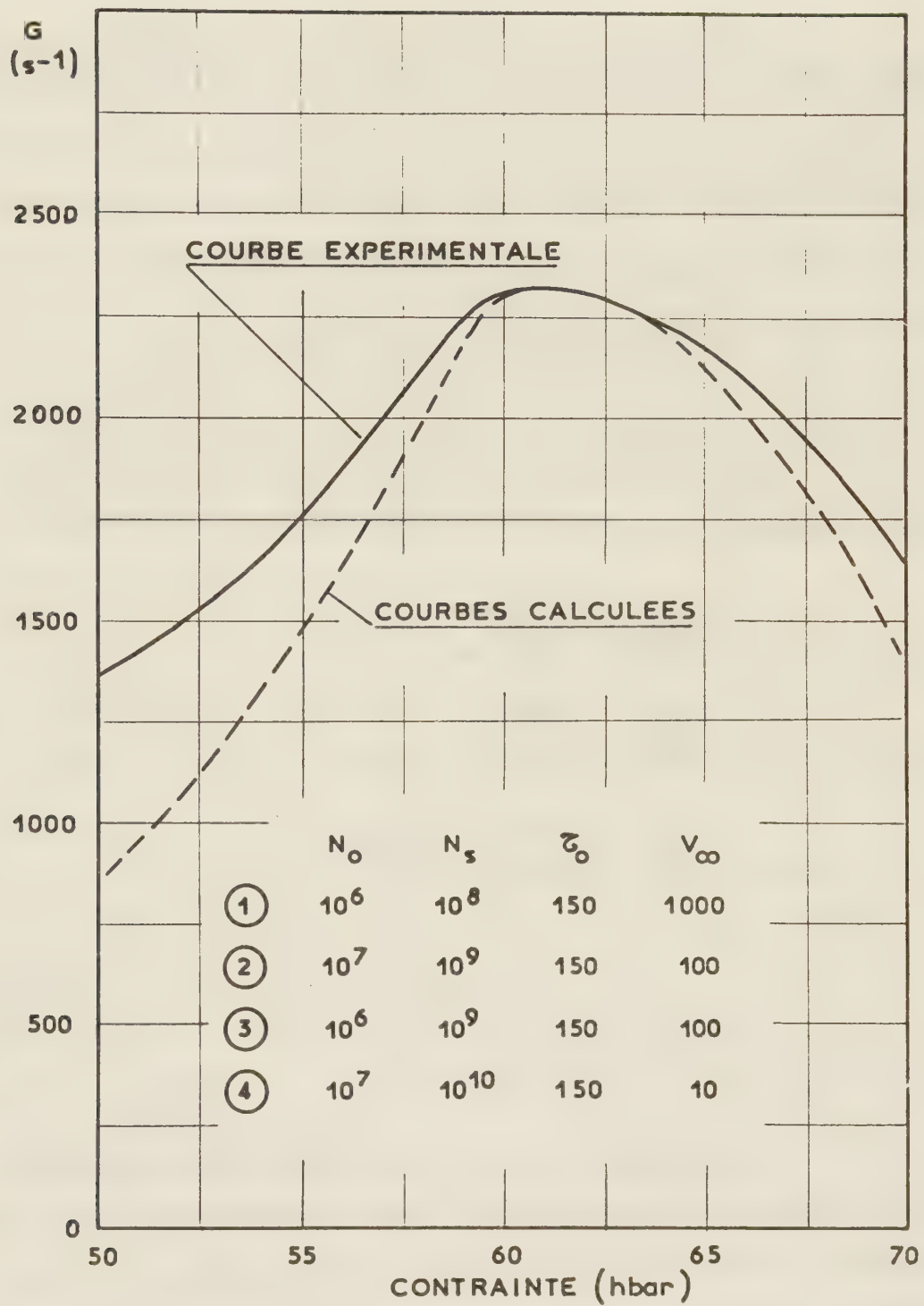


FIGURE 2.13 Allure de la fonction g . Modèle discontinu.

Pour opter entre ces différentes possibilités, il suffit d'introduire chaque combinaison de paramètres dans le calcul complet du comportement dynamique du matériau étudié et de comparer les résultats ainsi obtenus aux résultats expérimentaux.

Un système de trois équations différentielles est formé par les deux équations (1.23) (1.34) relatives à la propagation des ondes (conservation du moment et continuité) et par l'équation (1.52) de comportement mécanique du matériau dans laquelle la fonction $g(\sigma, \varepsilon)$ (vitesse de déformation plastique) prend successivement les expressions 2.29, 2.30, 2.31, et 2.33 où l'on a pris $\beta = 0$:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \end{aligned} \quad 2.36.$$

Ce système d'équations peut être intégré par la méthode des caractéristiques décrite en annexe 2.

L'intégration complète des relations caractéristiques le long des droites caractéristiques est menée sur ordinateur 7094 IBM en utilisant les équations aux différences finies. Le détail du calcul est donné en annexe 3.

II.5. RESULTATS DU CALCUL ET COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE.

Un grand nombre de calculs a été fait afin de déterminer l'influence respective des différents paramètres sur les résultats et de déterminer la meilleure combinaison possible de ces paramètres.

Les paramètres que l'on a fait varier sont :

- V_{∞} , vitesse limite des dislocations dans le plan de glissement.
 N_o , densité initiale des dislocations mobiles.
 N_s , densité finale des dislocations mobiles.
 τ_o , contrainte caractéristique s'opposant au mouvement des dislocations (drag stress).
 t_F , temps de mise en vitesse de l'extrémité mobile de l'éprouvette.

La comparaison des résultats obtenus par le calcul avec les courbes expérimentales a permis de déterminer des intervalles possibles pour ces différents paramètres :

$$\begin{aligned}
 V_{\infty} &\sim 3000 \text{ m/s} \\
 5.10^6 &\leq N_o \leq 5.10^7 / \text{cm}^2 \\
 5.10^7 &\leq N_s \leq 5.10^8 / \text{cm}^2 \\
 150 &\leq \tau_o \leq 180 \text{ kg/mm}^2 \\
 t_F &\sim 10 \mu\text{s.}
 \end{aligned}
 \quad \left(\begin{array}{l} \text{avec } 8 \leq \frac{N_s}{N_o} \leq 14 \end{array} \right) \quad 2.37.$$

On peut remarquer que les domaines possibles pour les différents paramètres sont assez étroits. En effet, la variation de chaque paramètre entraîne des différences très sensibles sur les résultats et si l'on choisit des valeurs hors des domaines indiqués ci-dessus, les résultats du calcul n'ont plus aucun point commun avec les résultats expérimentaux. Nous en verrons un exemple un peu plus loin.

Afin de discuter de façon plus précise l'influence des différents paramètres, un certain nombre de points particuliers ont été étudiés en fonction des valeurs de ces paramètres.

Ces points particuliers sont :

- . le temps de montée au pic de contrainte dans la section encastree de l'éprouvette : t_M
- . la valeur de la contrainte au pic : σ_M
- . le décalage en temps entre le maximum de la contrainte et le maximum de la vitesse de déformation plastique : d .
- . le maximum de la vitesse de déformation plastique dans la section d'encastrement : g_M .
- . les valeurs de la déformation totale dans les sections 1, 7 et 13 à l'instant $30 \mu s$: ϵ_1 , ϵ_7 , ϵ_{13} (sections d'impact, médiane et d'encastrement).

Les résultats de cette analyse sont placés dans le tableau de la figure 2.14. Sur cette figure, les flèches dirigées vers le haut

	t_M	σ_M	σ_R	α	g_M	ε_1	ε_7	ε_{13}
ζ_0 ↗	↗	↗	↗	↗	↗	↘	↗	↗
t_F ↗	↗	↘	—	—	↘	↘	↘	↘
N_0 ↗	▨	↘	↘	▨	↘	↘	▨	↘
N_s ↗	—	↘	↘	—	↗	↗	↘	↗
$\frac{N_s}{N_0}$ ↗	▨	▨	▨	—	↗	▨	—	↗
V_∞ ↗	↘	↘	↘	▨	↘	↗	↘	↘
V_1 ↗	↘	↗	—	—	↗	↗	↗	↗
$N_0 V_\infty$ ↗	↘	↘	↘	▨	↘	↗	↘	↘

FIGURE 2.14. Influence de différents paramètres sur le résultat du calcul.

signifient que la variation est faible, les cases hachurées signifiant que la variation n'est pas significative, ni systématique.

On peut constater, sur ce tableau, que les seules variables ou combinaisons de variables provoquant une variation significative des grandeurs considérées sont :

$$\zeta_o, t_F, N_s, V_1, N_o, V_\infty$$

La quantité $\frac{N_s}{N_o}$ dont la seule variation n'a pas une influence significative ne peut cependant pas dépasser la valeur 2.37. (lorsque $N_o \gg 5.10^6 \text{ cm}^{-2}$ et $V_\infty \sim 3000 \text{ m s}^{-1}$), car il se produit alors un "blocage" de la déformation en un ou plusieurs points de l'éprouvette (figure 2.15.). En effet, si le coefficient de multiplication des dislocations est trop important, les sections près de l'extrémité mobile se déforment trop et comme la déformation totale est déterminée à un instant donné par le déplacement de l'extrémité mobile, les sections les moins déformées dans les premiers instants ne participent plus à la déformation. (Il faut en effet qu'à un instant donné, l'aire sous la courbe $\mathcal{E}(\alpha)$ soit égale au déplacement de l'extrémité mobile). En fait, il ne faut pas que le produit $V_\infty N_s$ (avec V_∞ en m s^{-1} et N_s en cm^{-2}) soit supérieur à une valeur critique, de l'ordre de 2.10^{11} .

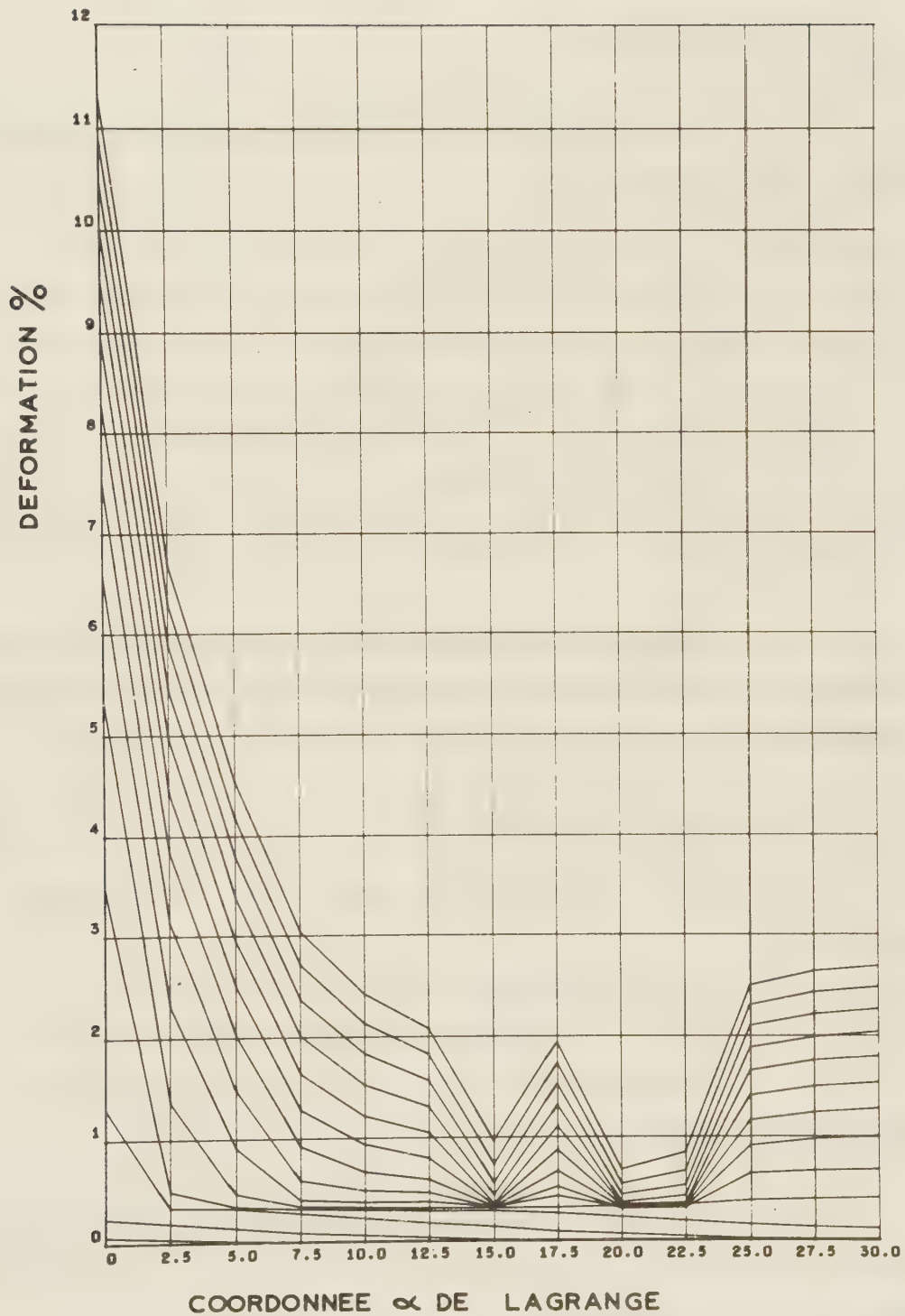


Figure 2.15 - Répartition de la déformation le long de l'éprouvette quand $N_S/N_O > 14$ avec $V_\infty = 3000$ m/s. Ici, $N_S/N_O = 20$ ($N_O = 5 \cdot 10^6$ et $N_S = 10^8$). Intervalle entre les courbes : $1,96 \mu s$.

II.5.1. Résultats.

La combinaison des paramètres donnant les meilleurs résultats est la suivante :

$$V_{\infty} = 3000 \text{ m s}^{-1}$$

$$N_o = 5 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}$$

$$N_s = 5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-2}$$

$$\tau_o = 150 \text{ hbar}$$

$$t_F = 12 \text{ } \mu \text{ s.}$$

Ces valeurs coïncident bien avec celles trouvées dans la littérature, en particulier par TAYLOR (133) qui trouve sur du fer Armco :

$$V_{\infty} = 3200 \text{ m s}^{-1}$$

et une densité initiale totale de dislocation de 10^8 cm^{-2} , ce qui donnerait :

$$N_o = 10^7 \text{ cm}^{-2}$$

Les valeurs de τ_o se situent entre 150 hbar et 200 hbar (23) et (133).

Au Chapitre III, on a pu déterminer expérimentalement une limite supérieure du temps de mise en vitesse t_F qui justifie la valeur de $12 \text{ } \mu \text{ s}$ adoptée ici.

La figure 2.16. montre la variation de la contrainte en fonction du temps dans cinq sections de l'éprouvette (repérées par leurs coordonnées α de LAGRANGE). On peut voir sur cette figure, que le "pic" de contrainte (75 hbar) dans la section d'impact ($\alpha = 0$) se dégrade lors de sa progression le long de l'éprouvette pour réapparaître dans les dernières sections (du côté de l'encastrement). Ce comportement s'explique en disant que l'énergie de déformation élastique acquise au moment du maximum de la contrainte est utilisée pour la déformation plastique, ce qui provoque la relaxation du pic dans une section donnée. Par ailleurs, cette relaxation équivaut à une détente qui dégrade ce pic au cours de sa propagation.

La figure 2.17. montre l'évolution de la contrainte, de la déformation et de la vitesse de déformation plastique dans la section d'encastrement. Cette figure illustre la relation entre la déformation plastique et la relaxation du pic de contrainte, puisque la vitesse de déformation plastique passe par un maximum pendant la décroissance de la contrainte.

La figure 2.18. représente la répartition de la déformation dans l'éprouvette à différents instants.

Enfin, la figure 2.19. montre l'évolution de la déformation dans trois sections de l'éprouvette.

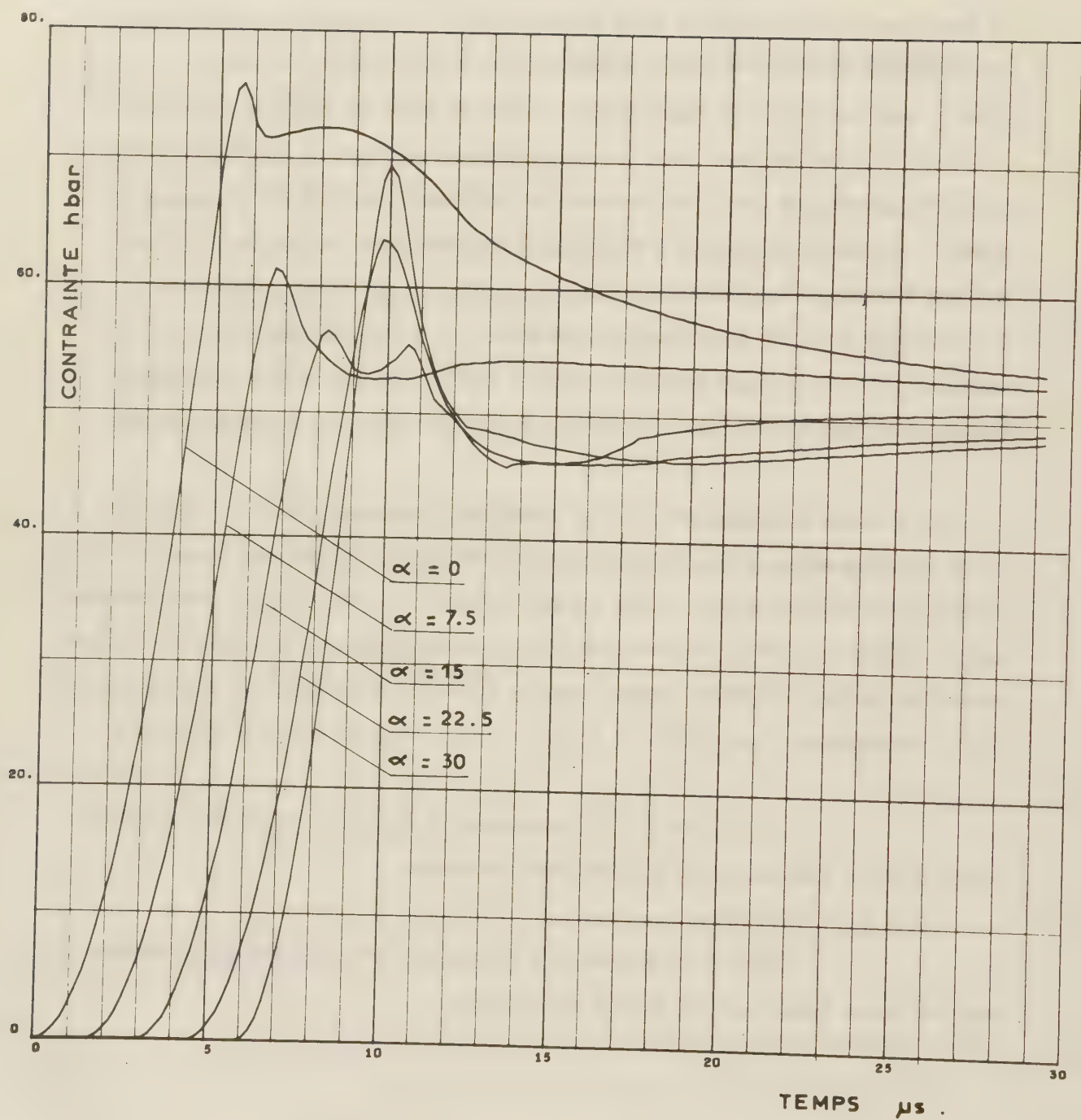


Figure 2.16 - Evolution de la contrainte en fonction du temps dans différentes sections de l'éprouvette.

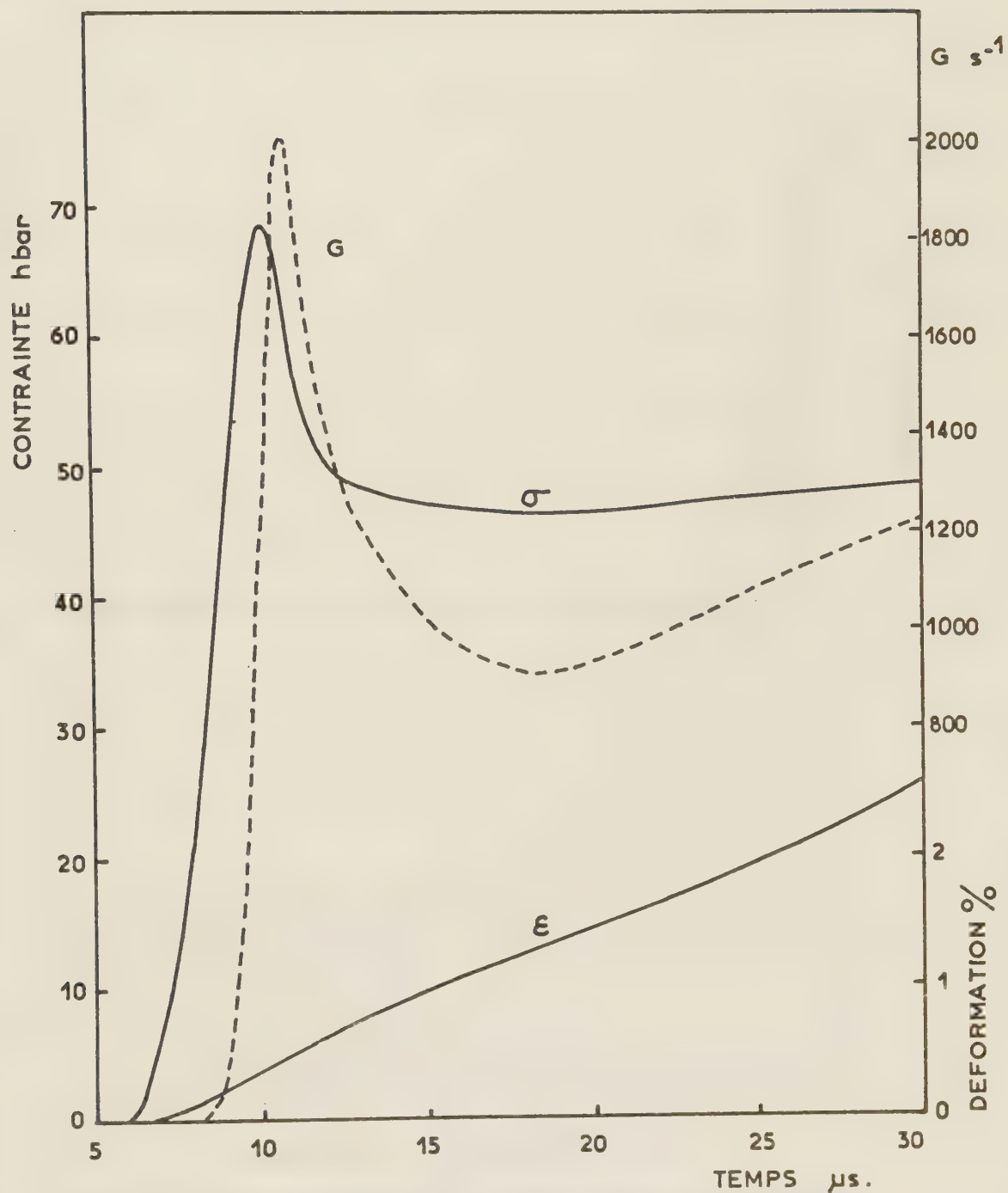


FIGURE 2.17 Evolution en fonction du temps de la contrainte, de la déformation et de la vitesse de déformation plastique dans la section d'encastrement (théorie).

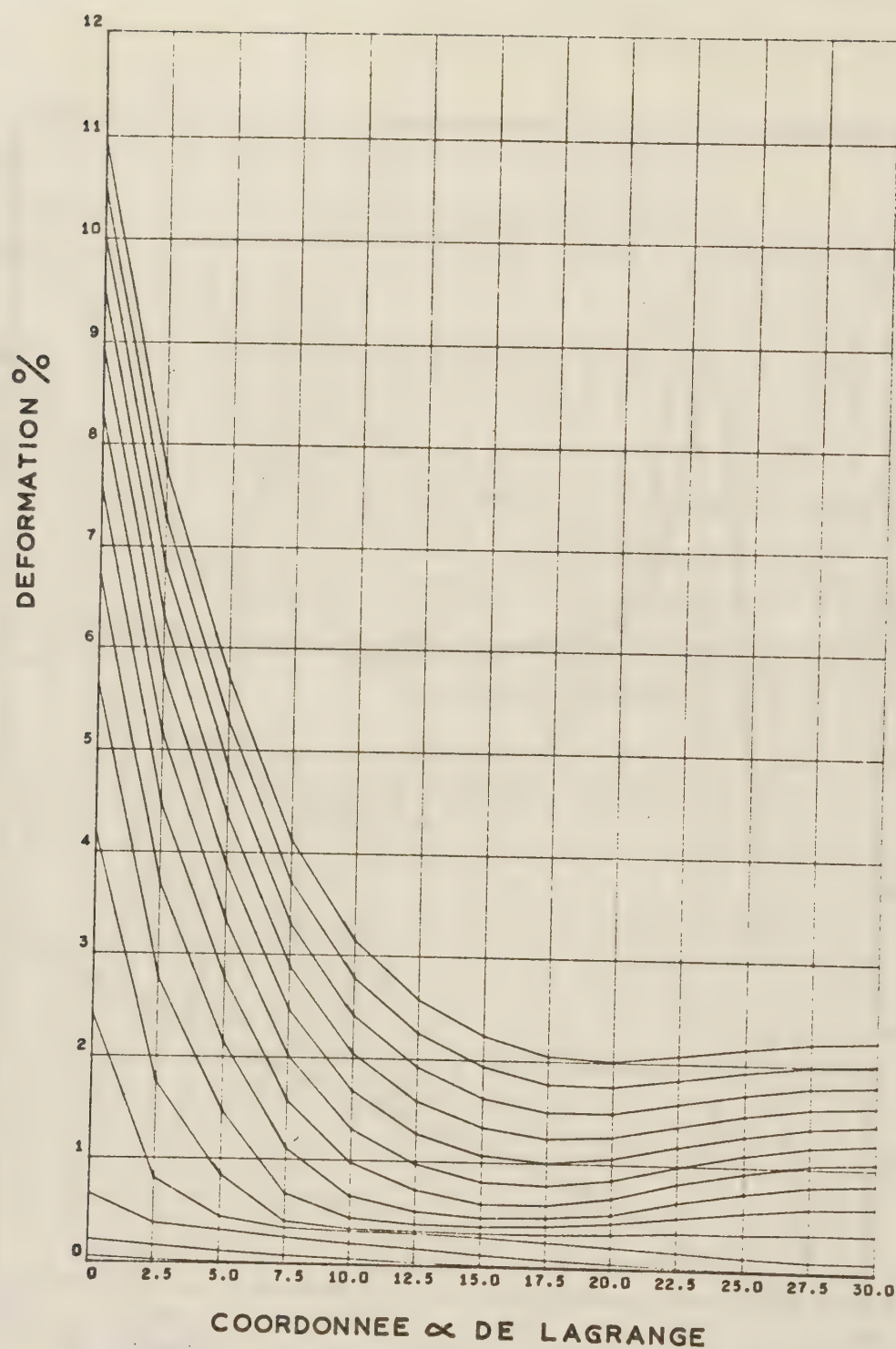


FIGURE 2.18 Répartition de la déformation le long de l'éprouvette.

Intervalle entre les courbes : 1,96 μ s.

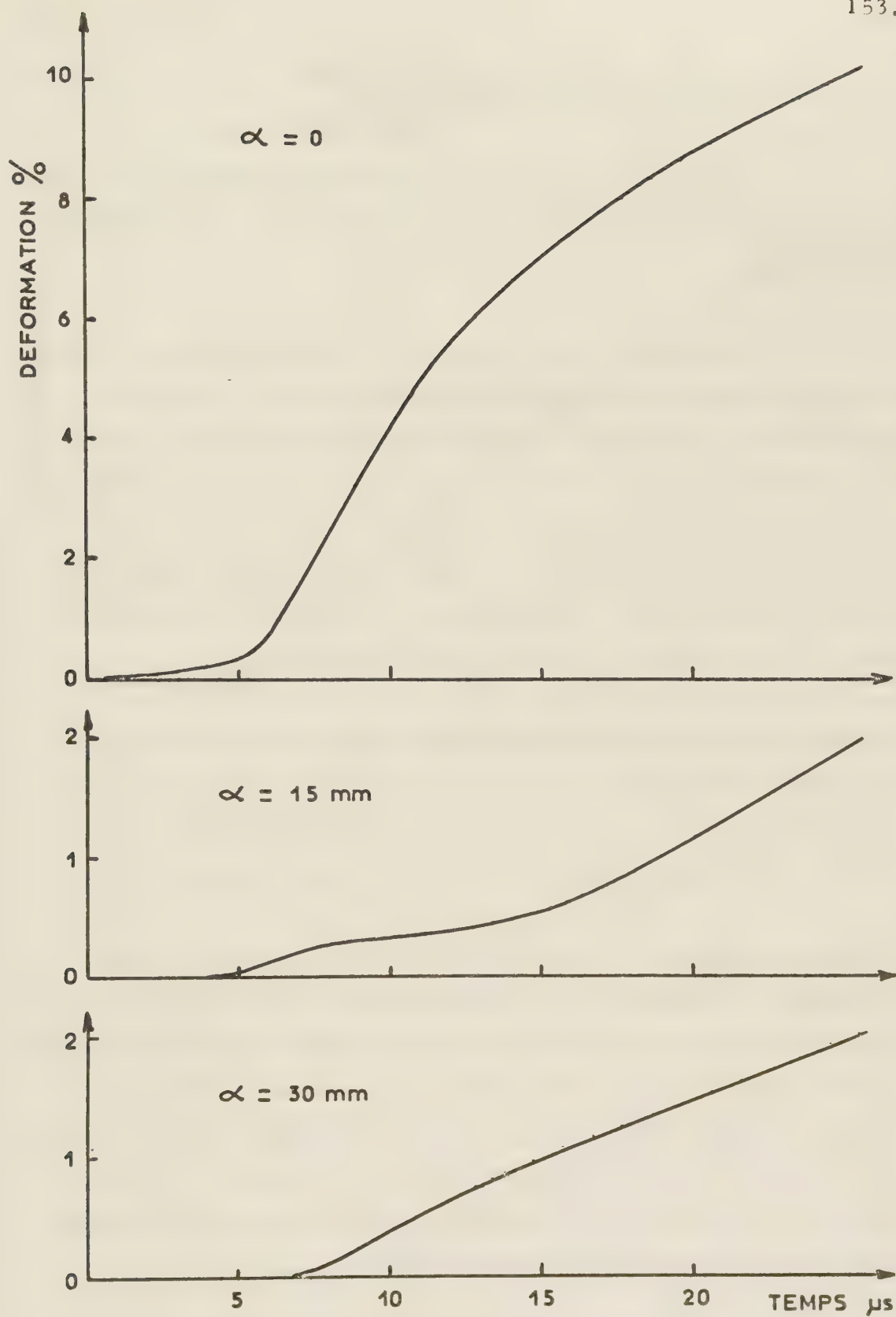


FIGURE 2.19 Evolution de la déformation en fonction du temps dans trois sections de l'éprouvette.

II.5.2. Comparaison avec l'expérience.

La figure 2.20. montre l'évolution de la déformation déterminée expérimentalement et théoriquement, dans trois sections de l'éprouvette.

La figure 2.21. montre la comparaison de la variation, en fonction du temps, de la contrainte expérimentale à l'extrémité encastrée dans le dynamomètre et de la contrainte théorique. Les valeurs théoriques de la contrainte au pic et de la contrainte après relaxation sont très comparables aux valeurs expérimentales. On peut toutefois noter que le temps de montée expérimental ($4 \mu s$ au lieu de 6). Cet écart peut s'expliquer par l'intervention de plusieurs facteurs qui ont tendance à étaler le front de montée :

- a) la longueur des jauges extensométriques utilisées pour la mesure des efforts est de l'ordre de 2 mm , ce qui fait que le signal est intégré sur cette longueur. Ceci conduirait à un temps de montée de $0,5 \mu s$ pour un signal d'entrée parfaitement rectangulaire.
- b) le temps de réponse des appareils de mesure, et, en particulier, l'altération du signal due à la bande passante du pont de mesure et de l'électronique utilisés. Dans le cas présent, la bande passante est de 1 MHz , ce qui ne doit amener qu'une erreur faible sur les temps de montée. Des essais préalables ont d'ailleurs montré que l'utilisation d'un tiroir d'oscilloscope à bande passante très large (22 MHz) n'amenait pas de variation du temps de montée enregistrée. Ce facteur doit donc être négligeable.

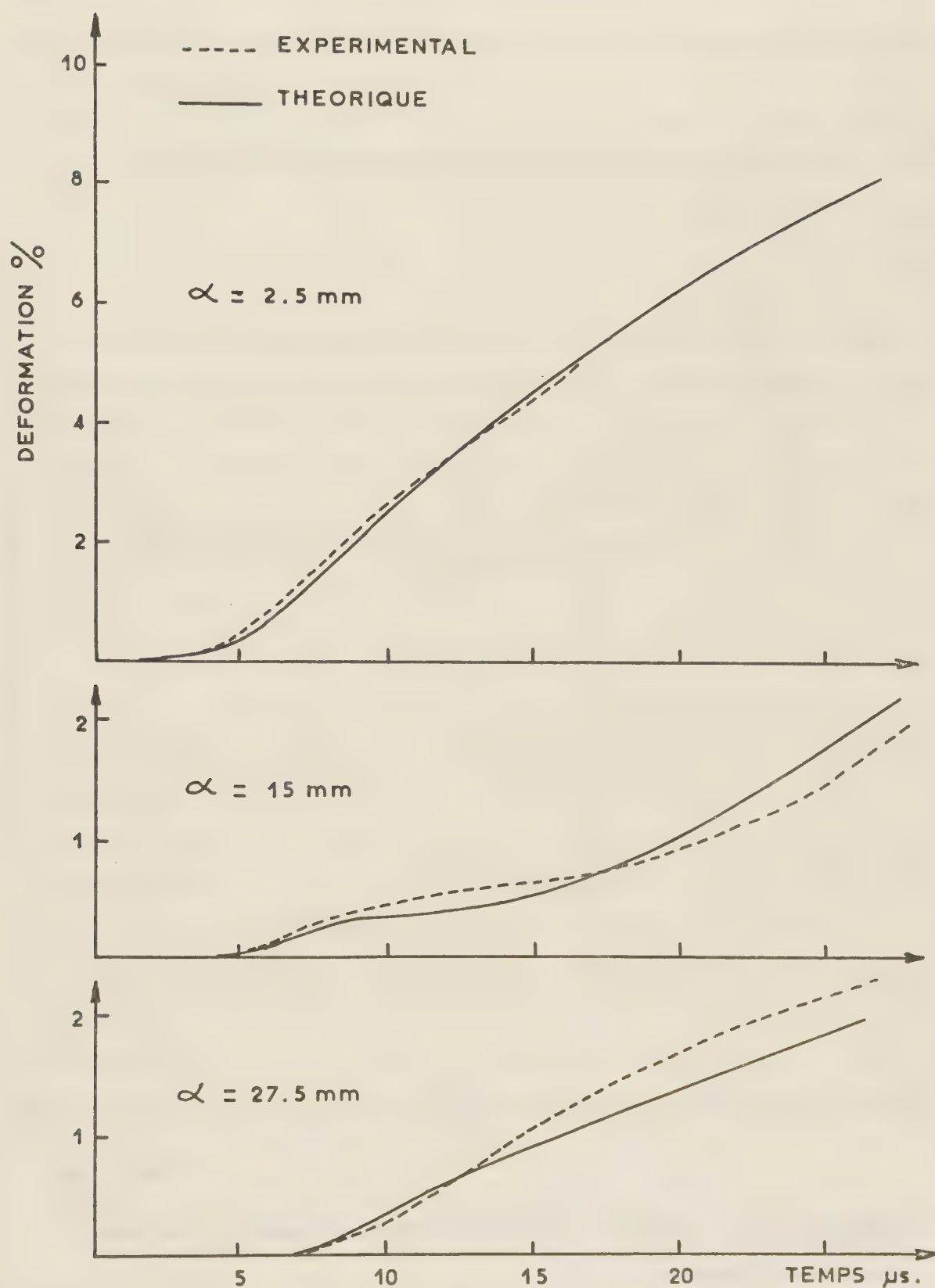


FIGURE 2.20 - Déformations expérimentales et théoriques dans trois sections de l'éprouvette.

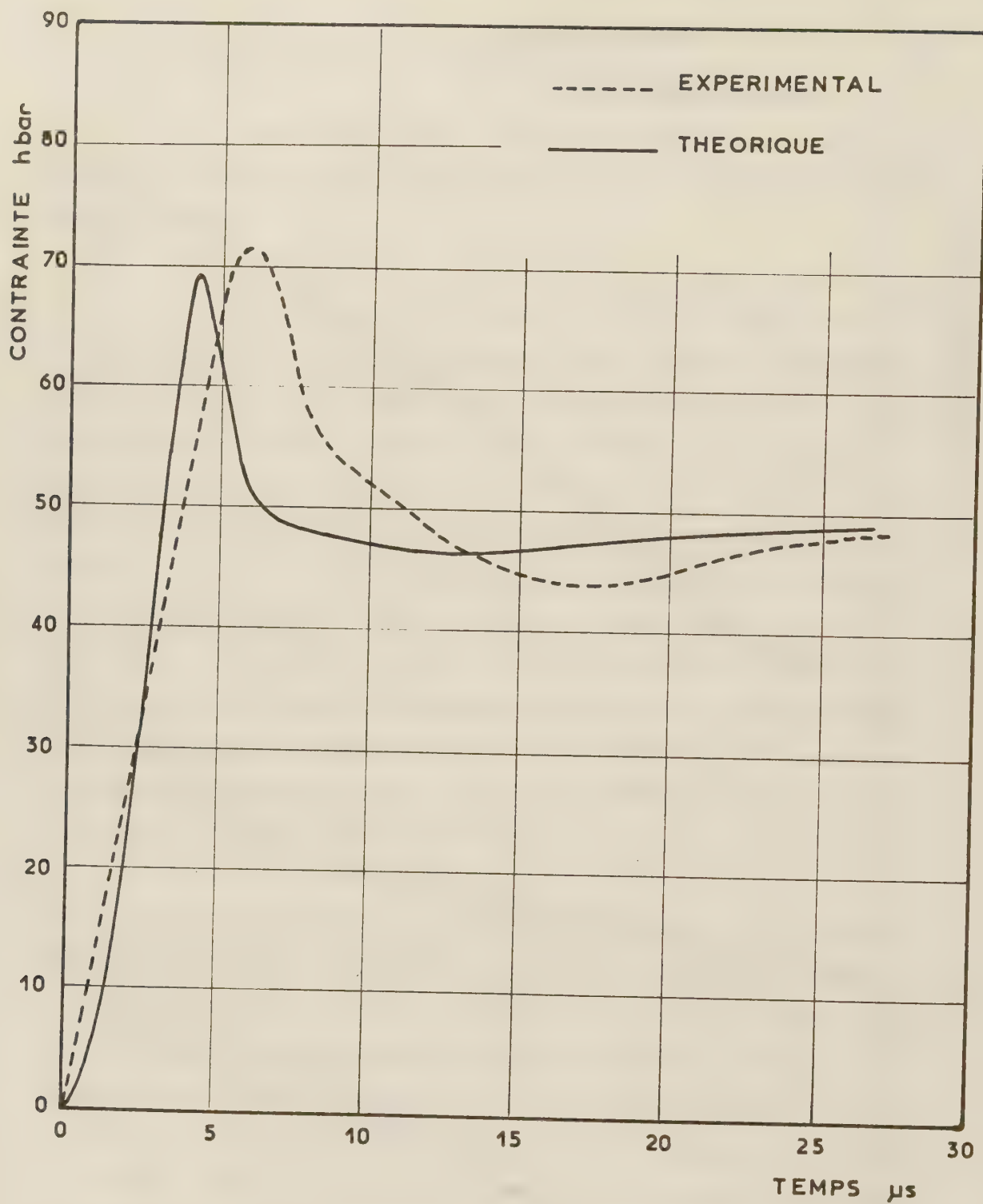


FIGURE 2.21 Evolution de la contrainte dans la section d'encastrement.

- c) les effets d'inertie radiale. Ils sont ici peu importants comme cela a été vérifié en enregistrant un même signal en deux points du dynamomètre et en vérifiant qu'il ne subit pas de distorsion sensible au cours de sa propagation.
- d) la détérioration du signal au passage de l'encastrement éprouvette - dynamomètre. Cet encastrement est, en effet, réalisé par un filetage et un calcul grossier montre qu'un jeu de 0,01 mm entre les filets provoque un étalement du signal d'environ $1 \mu s$ pour une vitesse d'impact de $50 m s^{-1}$. Il semble donc que ce soient les imperfections de cet encastrement qui aient le plus d'influence sur le temps de montée au pic.

La figure 2.22 . enfin permet la comparaison entre les déterminations théorique et expérimentale de la répartition de la déformation le long de l'éprouvette à différents instants. L'accord est, dans l'ensemble, très satisfaisant. Le désaccord tout relatif vers les extrémités de l'éprouvette pourrait même s'expliquer en disant que l'éprouvette réelle présente, à ses extrémités, des congés de raccordement et que, par suite, les allongements mesurés dans ces régions sont plus faibles que ce qu'ils seraient si la section était rigoureusement constante jusqu'à l'encastrement.

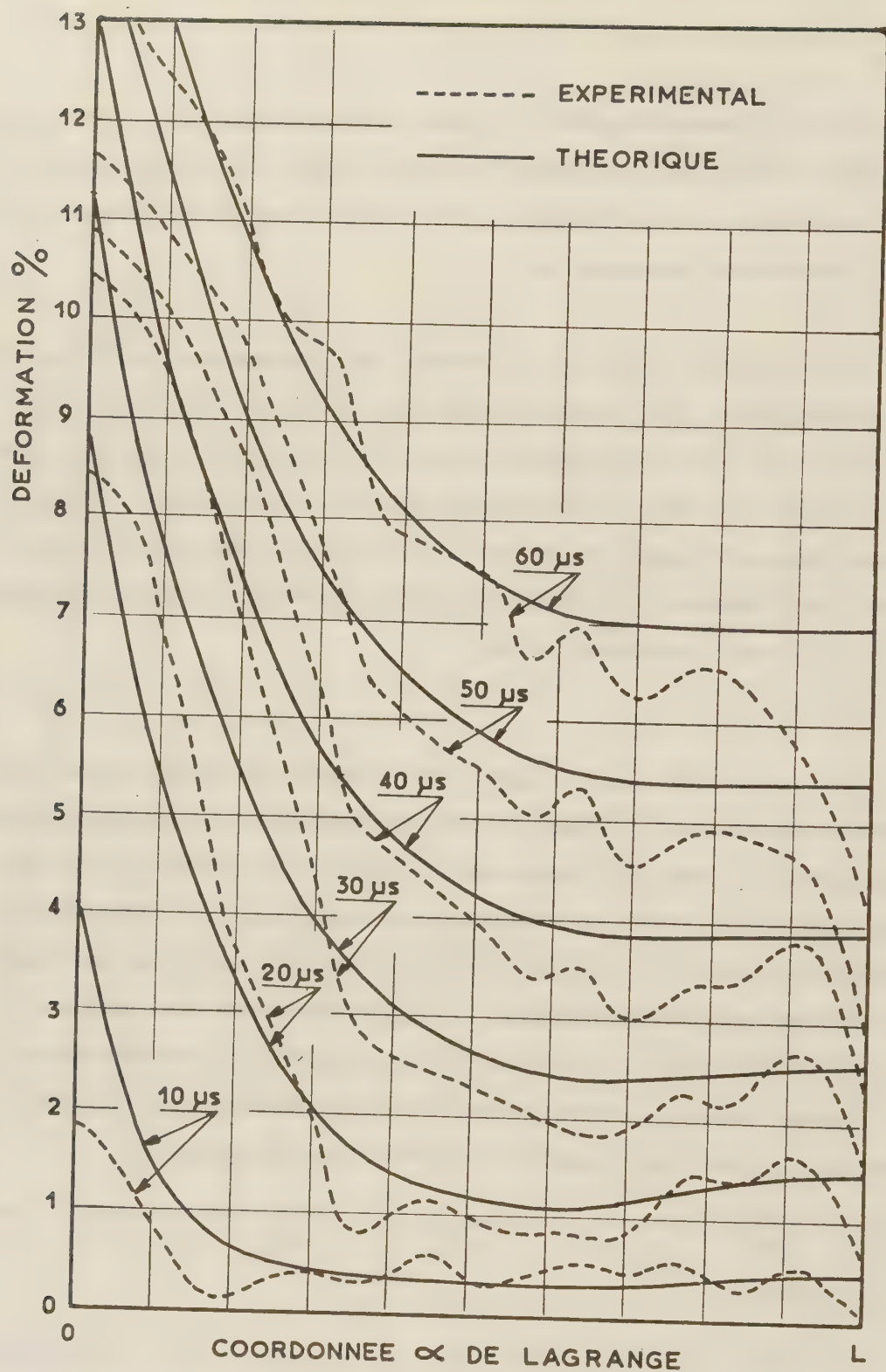


FIGURE 2.22 Comparaison des déformations expérimentales et théoriques.

II.6. CONCLUSION.

L'élaboration de ce modèle a conduit à faire un certain nombre d'hypothèses, notamment en ce qui concerne la densité des dislocations mobiles en fonction de la déformation. Il est intéressant de noter ici que GILMAN (148) propose, lui aussi, un modèle assez voisin en supposant, non seulement une "saturation" en dislocations mobiles, mais de plus, une décroissance de la densité de ces dislocations mobiles, jusqu'à redescendre à la densité initiale après une déformation plastique de 10 % environ, le maximum de cette densité se situant pour une déformation de 1 % environ. Une décroissance de ce type a été introduite dans le calcul en prenant β négatif dans l'expression 2.33.

Les résultats obtenus avec cette expression sont identiques à ceux obtenus en supposant la constance de la densité de dislocations mobiles après la saturation ($\beta = 0$).

L'expression de la vitesse de déformation plastique (fonction g) contient deux termes ; le premier est la densité de dislocations mobiles, terme prépondérant pendant le début de relaxation de la contrainte ; le second est la vitesse de ces dislocations mobiles, terme prépondérant en fin de relaxation. L'existence de ces deux termes et leur influence respective au cours de la déformation permet de rendre compte du décalage observé entre le maximum de la contrainte et le maximum de la vitesse de déformation plastique. La vitesse des dislocations, au cours de l'essai, passe par un maximum (au moment du pic de contrainte) égal à 37 m s^{-1} environ et se stabilise à 6 m s^{-1} environ pendant le régime stationnaire suivant le passage du pic.

Bien que l'accord quantitatif entre les résultats théoriques et les enregistrements expérimentaux soit bon, il convient de souligner le caractère très qualitatif du modèle proposé qui est certainement très loin de représenter la réalité.

Il est pourtant significatif qu'un modèle aussi simple, appliqué à la théorie de MALVERN, puisse rendre compte d'une façon très satisfaisante de l'évolution de la déformation le long de l'éprouvette et de la contrainte dans la section encastrée du dynamomètre.

En raison de la marge étroite dans laquelle peuvent varier les paramètres du calcul, le modèle permet également une approche indirecte de la densité des dislocations au cours de la déformation, ainsi que de la vitesse limite de ces dislocations.

Il nous a paru intéressant de poursuivre cette étude sur un matériau, tel que le cuivre, pour lequel il est possible de faire des mesures directes de la densité et de la vitesse des dislocations.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT

DYNAMIQUE D'UNE EPROUVETTE DE CUIVRE

III.1. INTRODUCTION.

Le Chapitre précédent a montré comment il était possible, d'une façon générale, d'élaborer un modèle théorique faisant intervenir un certain nombre de paramètres microscopiques et pouvant rendre compte, d'une façon satisfaisante, de l'évolution des variables d'état, dans le cas d'une éprouvette d'acier de structure cubique centrée, soumise à un essai de traction à grande vitesse.

Nous avons vu que ce matériau avait un comportement dynamique de type "élastique" caractérisé par un pic de contrainte se propageant à la vitesse $C_0 = (E / \rho)^{1/2}$ des ondes élastiques.

Les paramètres intervenant dans le modèle ont été déterminés en ajustant les résultats du calcul aux résultats expérimentaux ; la structure microscopique du matériau et son état de pureté ne permettaient pas une mesure directe de la densité et de la vitesse des dislocations, ainsi que des forces s'opposant à leur mouvement.

Nous avons donc pensé faire une étude identique sur un matériau pour lequel la détermination directe des paramètres était possible et avait déjà été effectuée par quelques chercheurs.

Au préalable, une étude expérimentale approfondie, comparable à l'étude faite sur l'acier F 17, était nécessaire afin d'observer si l'aspect macroscopique de la propagation des ondes plastiques pouvait,

dans le cas d'un matériau de structure différente, s'accomoder d'une équation de plasticité semblable à celle du modèle précédent, et, de la même équation de comportement.

Ce chapitre se bornera à cette étude expérimentale et formulera quelques hypothèses sur les mécanismes microscopiques de la déformation dynamique du cuivre, à la suite d'observations en microscopie électronique.

On examinera également dans quelle voie cette étude pourrait être poursuivie.

III.2. CHOIX DU MATERIAU.

Du cuivre pur a été utilisé pour les essais. Ce matériau a été choisi pour trois raisons essentielles :

- 1 °) Des monocristaux de taille importante et de forme appropriée peuvent être obtenus facilement par fusion sous vide, dans un moule en graphite purifié et solidification par déplacement de l'interface liquide - solide d'une extrémité à l'autre du moule.
- 2 °) Des mesures directes de la densité et de la vitesse des dislocations sont possibles par des méthodes de microscopie électronique et de figures d'attaques.

3°) Des résultats ont été publiés sur la détermination expérimentale des paramètres précédemment cités dans le cas du cuivre pur poly. et monocristallin. Le tableau G résume les conditions et les principaux résultats de ces mesures.

N_0 est la densité initiale des dislocations à l'intérieur des sous-joints d'une formation cellulaire pratiquement permanente.

τ_0 est la limite d'écoulement macroscopique.

V est la vitesse des dislocations, N leur densité et γ le cisaillement dans le plan de glissement.

L'examen des publications permet de tirer quelques conclusions :

1°) La densité des dislocations semble reliée plutôt à la contrainte qu'au cisaillement γ : N est proportionnel au carré de la contrainte. Cette relation est en accord avec les théories les plus courantes de l'écrouissage qui prédisent une relation du même type :

$$\tau = \mu \frac{bN^{1/2}}{\beta} \quad 3.1.$$

où μ est le module de cisaillement, b le vecteur de BURGERS et β une constante dont les valeurs diffèrent de 2,5 à 16 suivant les mécanismes envisagés.

Auteur	Monocrystal	Polycrystal	Plan d'observation	Orientation	Vitesse	No (cm ⁻²)	τ_0 kg mm ⁻²	$\nu(\tau)$	$N(\tau)$	$N(\gamma)$	T (°K)	Préparation et Traitement
Bailey (155)		x							$N \propto \tau^2$	$N \propto \gamma$	A	
Livingston (156)	x		$\{110\}$ $\{111\}$	1 système fav. 2 systèmes fav. 3 systèmes fav.	0,1 %/mm	$7 \cdot 10^3$ à $5 \cdot 10^4$ s.s.j.	0.050 à 0.080		$N \propto \tau^2$	pas de relation définie	A	Bridgman : cyclage thermique
Argon et Brydges (157)	x		$\{111\}$	1 système fav.	$1,4 \cdot 10^6$ s ⁻¹ $8 \cdot 10^{-5}$ s ⁻¹ $5 \cdot 10^{-3}$ s ⁻¹	$0,7 \cdot 10^5$ à $3,8 \cdot 10^5$ s.s.j.	0.031 à 0.082		$N \propto \tau^2$	$N \propto \gamma$	77 195 A	Bridgman : 1000°C 5 jours
Susuki (158)	x		$\{111\}$					$\nu \propto \tau^2$			77	
Marukawa (159)	x		$\{111\}$	$\langle 110 \rangle$ $\langle 112 \rangle$	dynamique	$2,2 \cdot 10^3$ à $8 \cdot 10^4$ $8,2 \cdot 10^3$ s.s.j.	0.026 à 0.044	$\nu \propto \tau^2$			A 77	Bridgman : 24 h. 1050°C.
Wreeland (160)	x		$\{100\}$	$[100]$	dynamique			$\nu \propto \tau$			A	Bridgman : 100 h 1030°C.

s.s.j. = sans les sous joints
A = Ambiante
fav. = favorisé

TABLEAU G

Détermination expérimentale des paramètres et conditions expérimentales.

LIVINGSTON (156), par exemple, trouve $\beta = 3$ qui peut être rapprochée de la valeur 4 trouvée par SAADA (161) à partir d'un modèle d'interaction avec la forêt.

- 2°) Les dislocations se rassemblent en cellules épaisses après une déformation suffisante.

WARRINGTON (162) a trouvé expérimentalement :

$$\tau \propto t^{-1/2} \quad 3.2.$$

où t est la taille moyenne des sous grains ou des cellules.

- 3°) L'interaction entre les dislocations primaires et secondaires conduit à des réseaux denses de dislocations, même dans la région de glissement facile. Ce sont ces réseaux qui formeront les parois des cellules.

- 4°) La température et la vitesse de déformation ne semblent pas avoir d'influence sur les relations $V(\tau)$, $N(\tau)$ et $N(\gamma)$.

III.3. STRUCTURE.

L'étude expérimentale porte sur des éprouvettes de cuivre, de longueur utile 30 mm et de diamètre 3,25 mm, comportant 99,99 % de cuivre.

Un recuit de 4 heures à 500°C conduit à un état bien recristallisé et à un diamètre moyenne de grain de 23 μ : Figure 3.1.

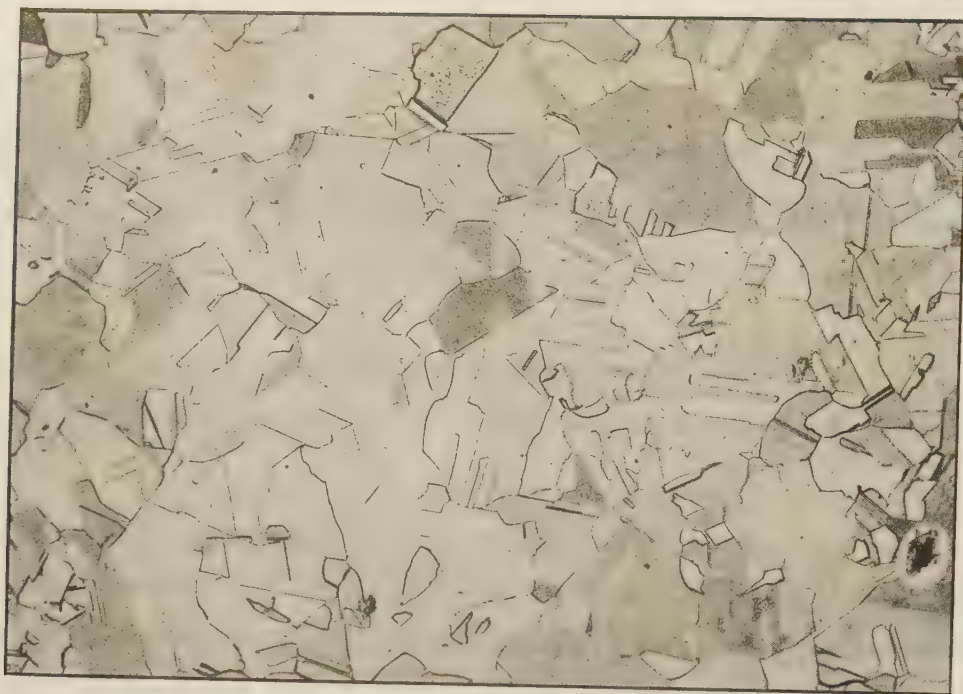
Des lames minces ont été observées en microscopie électronique pour des échantillons recuits 4 heures à 500°C et à 1000°C.

A ces deux températures de recuit, on peut constater une densité de dislocations supérieure à 10^9 cm^{-2} . Ces dislocations ont tendance à conserver la structure cellulaire d'origine, due au filage des barreaux dans lesquels ont été usinées les éprouvettes. Les parois de ces cellules sont assez minces après recuit et leur taille moyenne est de 2 μ : Figure 3.2.

D'autres lames minces ont été faites sur une éprouvette après traction à grande vitesse : Figure 3.3. On peut remarquer ici que la densité des dislocations est nettement plus forte que précédemment et que les parois des cellules se sont considérablement épaissies.

A l'endroit de la cassure : Figure 3.3.a., les cellules sont très allongées (2 μ x 1 μ) suivant une même direction, tandis qu'elles le sont moins un peu plus loin de la cassure : Figure 3.3.b. On peut remarquer en outre que les parois latérales de ces cellules sont moins épaisses que les parois avant et arrière.

Ces observations sont en accord avec celles faites par différents chercheurs à des vitesses plus lentes. LIVINGSTON (156)



a) 4h 500°C

X 200

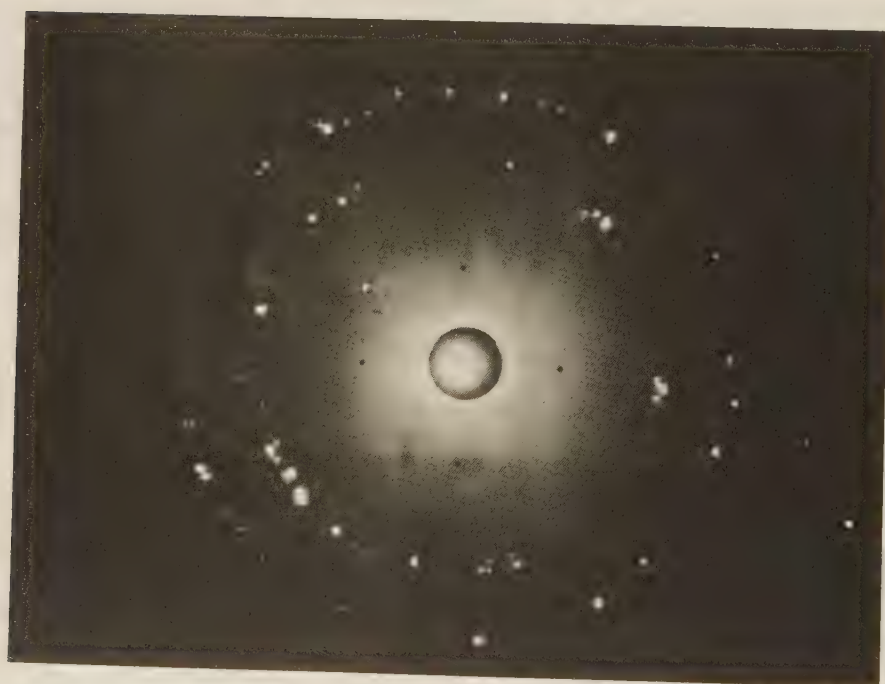
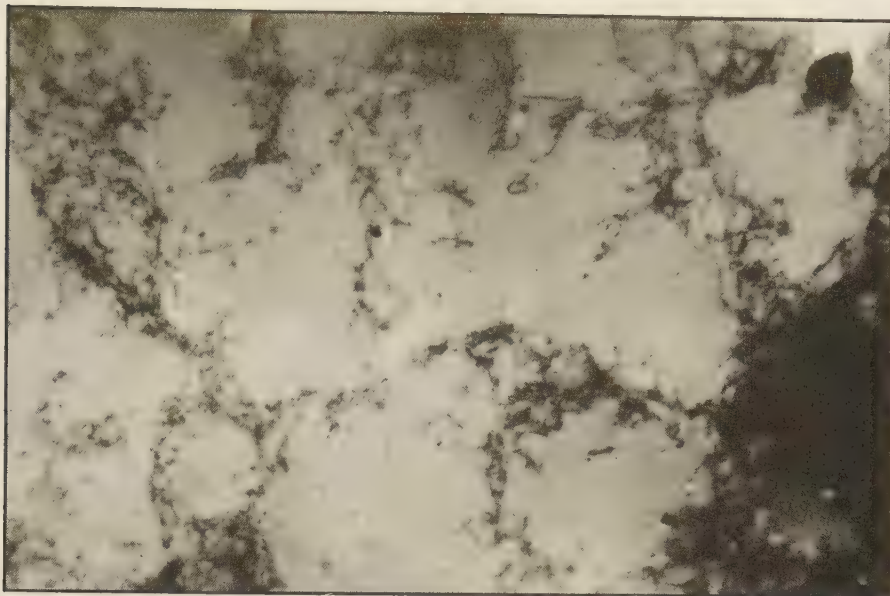


Figure 3.1

Traitement thermique

a) Micrographie Cu 99,99%

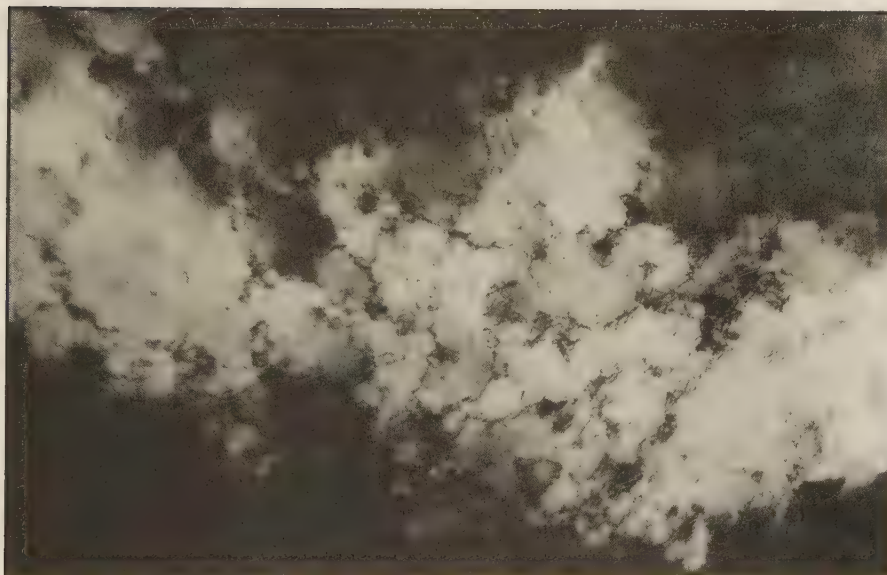
b) Debye en retour



a)

Près de la surface

X 18500



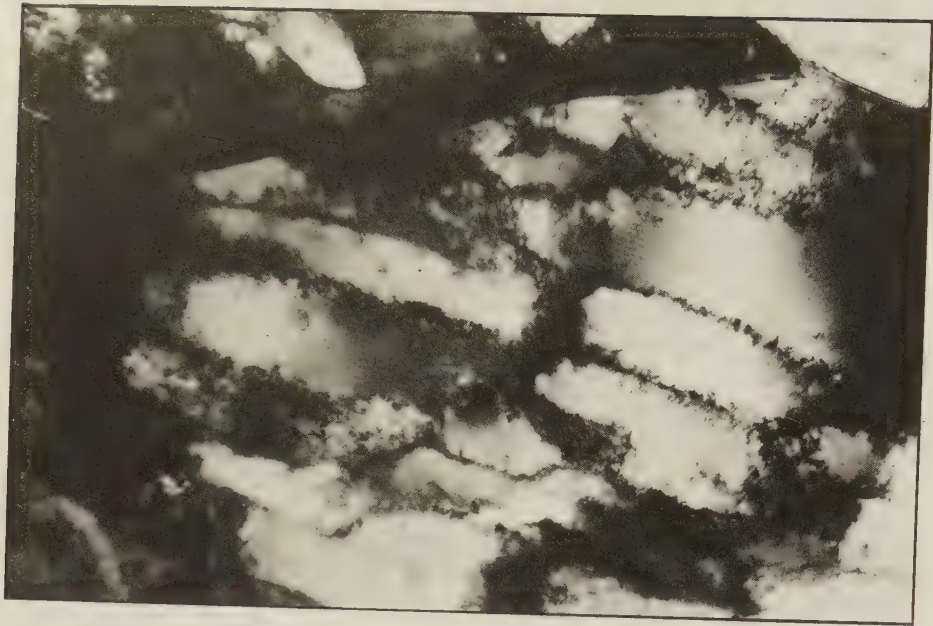
b)

Centre

X 16700

Figure 3.2

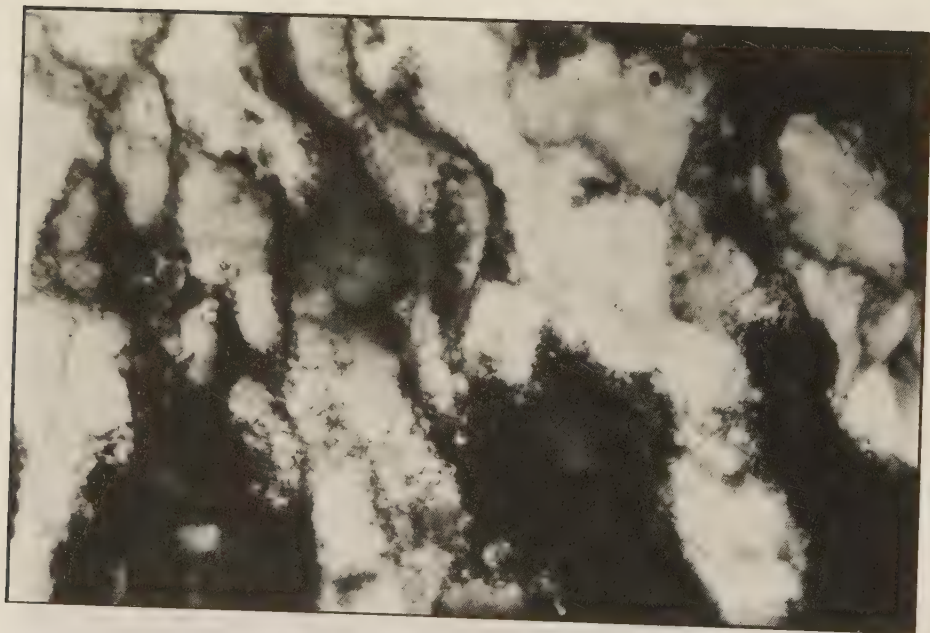
Microscopie électronique d'une lame
mince de Cu recuit 4h à 1000°C



a)

Sur la cassure

X 25 000



b)

A 5mm de la cassure

Figure 3.3

Microscopie électronique sur une éprouvette de Cu
après traction dynamique à 20 m/s

constate que pour une déformation de 0,18 % en traction, des cellules apparaissent déjà, dont les parois s'épaississent au fur et à mesure que la déformation se poursuit.

RUFF (163) observe également des cellules à parois épaisses avec une densité moyenne de 10^9 à 10^{10} cm^{-2} , pour une déformation de 12 % par laminage.

SHARP et MAKIN (164) obtiennent une structure cellulaire sur des monocristaux de cuivre après 16 torsions répétées de $11^\circ / \text{cm}$. La structure cellulaire est beaucoup plus fine à la surface qu'au centre.

HU (165) observe une structure cellulaire fine et allongée sur des échantillons de cuivre polycristallin laminé à 99,5 % et recuit 625 mn à 100°C .

GEORGE enfin (166), obtient une structure cellulaire très épaisse et une taille de cellule de l'ordre de $0,3 \mu$ sur des échantillons de cuivre polycristallin soumis à un choc de 90 kbar.

Bien que l'étude de la structure ne soit pas terminée nous verrons plus loin que quelques hypothèses peuvent déjà être formulées sur les mécanismes de la déformation.

On peut remarquer, qu'après traitement thermique, les dislocations ont tendance à conserver la structure cellulaire qu'elles avaient initialement et que leur densité reste élevée.

C'est pour cette raison que nous avons entrepris des essais sur monocristaux afin d'étudier de façon plus commode l'influence de la structure et de la densité de dislocations, ainsi que l'influence de l'orientation des cristaux par rapport à l'axe de traction, sur les enregistrements.

III.4. VITESSE DE MISE EN CHARGE.

L'évolution au cours du temps de la vitesse particulière à l'extrémité mobile de l'éprouvette est une donnée importante. Sa connaissance est nécessaire, d'une part, parce que la rapidité de cette évolution représente l'accélération des points matériels et conditionne leur inertie (voir Paragraphe III.6.), d'autre part, parce que la loi de mise en vitesse de l'extrémité libre est une des conditions initiales introduites dans un calcul sur ordinateur.

Au chapitre précédent, on avait choisi une loi accélération - temps ayant la forme d'un triangle isocèle dont la base représentait la durée de mise en charge qui avait été prise égale à 12 μ s.

Des jauges placées en tête d'éprouvette permettent, ici, de vérifier si l'hypothèse faite est convenable.

La figure 3.4. montre le dispositif utilisé.

La figure 3.5. présente l'enregistrement en A de la contrainte en fonction du temps (courbe du haut). La courbe de la figure 3.5. peut être schématisée figure 3.6..

L'interprétation de cet enregistrement est donné dans l'annexe 3.

Si l'on admet que la montée en charge se fait linéairement en fonction du temps, la loi de mise en vitesse sera également linéaire.

En effet, la vitesse particulière dans le matériau (1) est :

$$v(t) = \frac{\sigma(t)}{\rho_1 C_1}$$

où ρ_1 est la masse volumique et C_1 la vitesse du son.

La figure 3.7. représente l'évolution de la vitesse de l'extrémité mobile en fonction du temps : V_I est la vitesse d'impact du projectile.

La valeur de τ est déterminée à partir de l'enregistrement $\sigma_A(t)$ obtenu sur la jauge placée en A :

$$\tau = t_R \frac{\sigma_1^*}{\sigma_R}$$

où σ_1^* est la contrainte maximale dans le matériau (1) :

$$\sigma_1^* = \rho_1 C_1 V_I$$

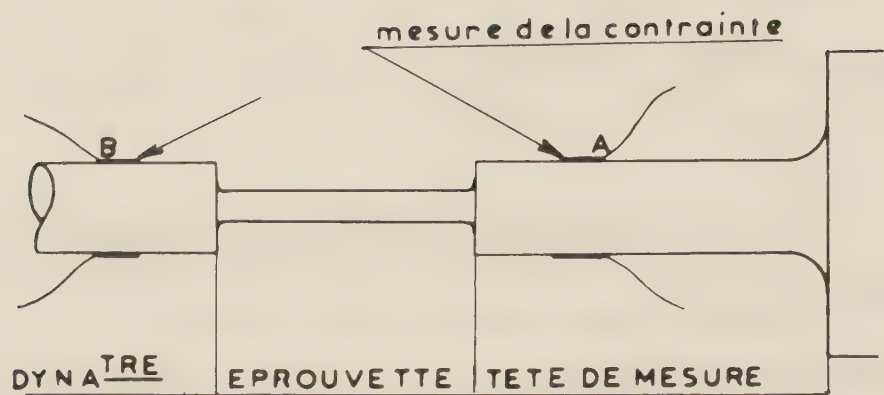


Figure 3.4

Dispositif d'enregistrement
de la contrainte en tête d'éprouvette

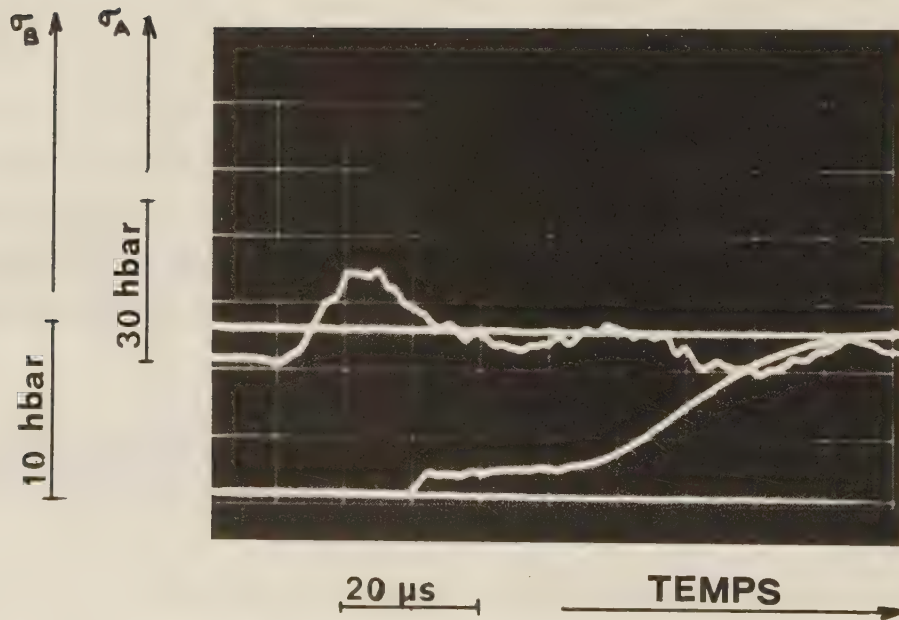


Figure 3.5

Enregistrement de la contrainte en A
(courbe supérieure) et de la contrainte en B

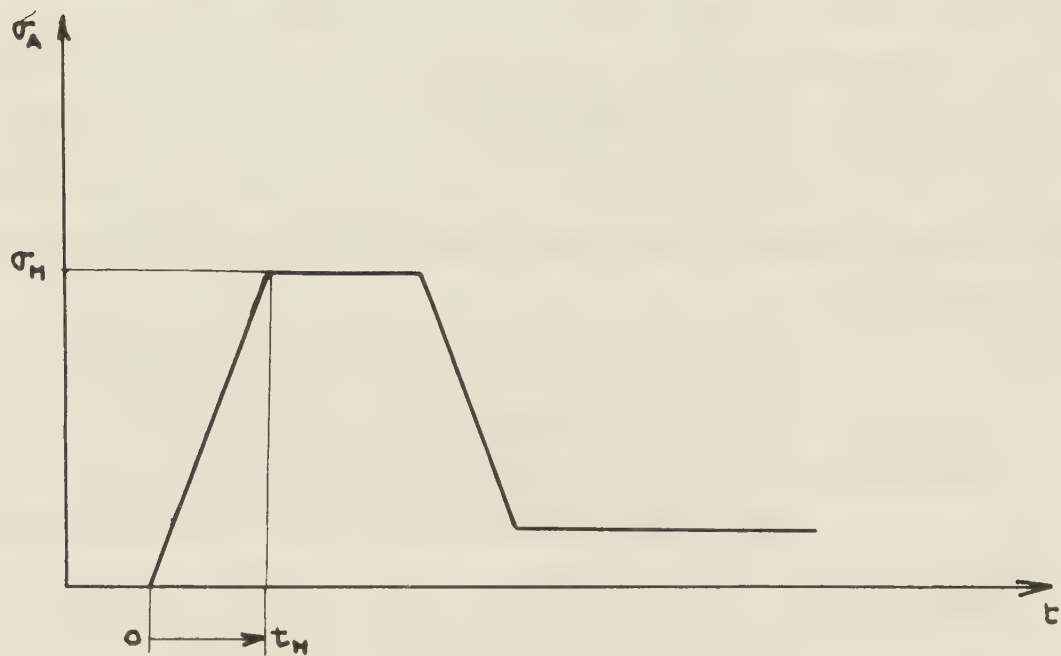


Figure 3.6
Schéma de l'évolution de la contrainte en A

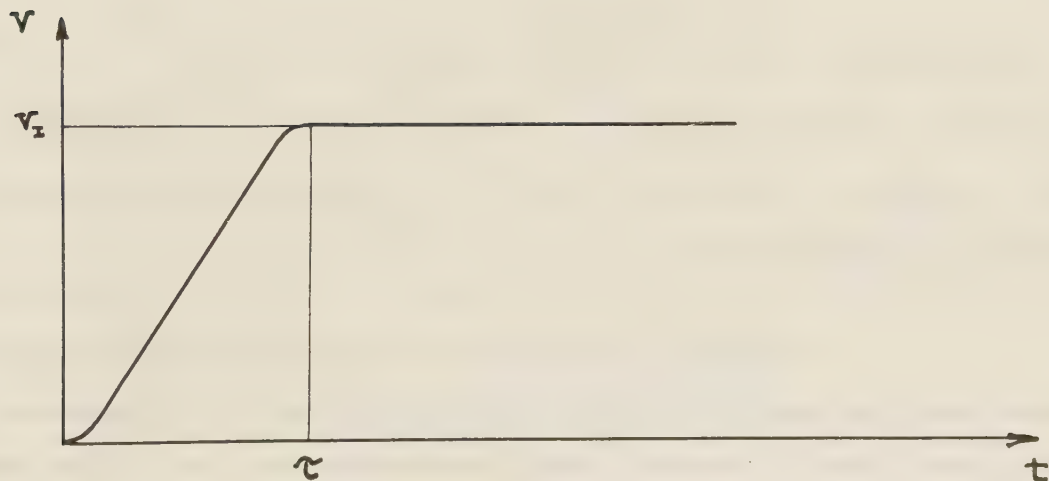


Figure 3.7
Evolution de la vitesse de l'extrémité mobile en fonction du temps.

Soit :

$$\tau = t_M \frac{\rho_1 C_1 V_I}{\sigma_M} \quad 3.3.$$

Pour l'essai considéré, l'enregistrement en A fournit les valeurs σ_M et t_M :

$$\sigma_M \sim 34 \text{ hbar}$$

$$t_M \sim 10 \mu s.$$

Et :

$$\rho_1 = 7.8 \text{ g cm}^{-3}$$

$$C_1 = 5 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

La valeur de τ en μs est alors :

$$\tau = \frac{V_I (\text{m s}^{-1})}{8,55} \cdot 10^{-5} \quad 3.4.$$

Pour une vitesse d'impact de 20 ms^{-1} , le temps de mise en charge serait de $20 \mu s$ environ.

Cette valeur semble élevée par rapport aux valeurs prises dans les essais sur acier ($12 \mu s$ à 50 m s^{-1}). Cependant, dans l'essai réel, le projectile sollicite directement l'extrémité mobile de l'éprouvette, ce qui doit conduire à des temps de mise en charge plus courts.

La valeur de $12 \mu s$, prise pour τ dans le cas des éprouvettes d'acier (Chapître II) semble donc assez raisonnable et la valeur obtenue ici à partir de l'enregistrement de la contrainte en A en fonction du temps constitue une limite supérieure.

III.5. ETUDE DE LA DEFORMATION PLASTIQUE.

Les dispositifs expérimentaux et les méthodes de mesure ont été décrits au Chapître II.

III.5.1. Evolution de la contrainte.

La figure 3.8. présente un enregistrementtype obtenu par un pont de jauges à semi-conducteurs qui donne la contrainte en fonction du temps, dans la section d'encastrement, pour un essai à $40 m s^{-1}$.

On peut noter sur cet enregistrement une différence considérable avec la même courbe correspondant à l'acier (Figure 3.9.).

La courbe relative au cuivre ne présente pas de "pic" mais un palier d'une durée voisine de $30 \mu s$ et d'amplitude égale à 6 hbar environ.

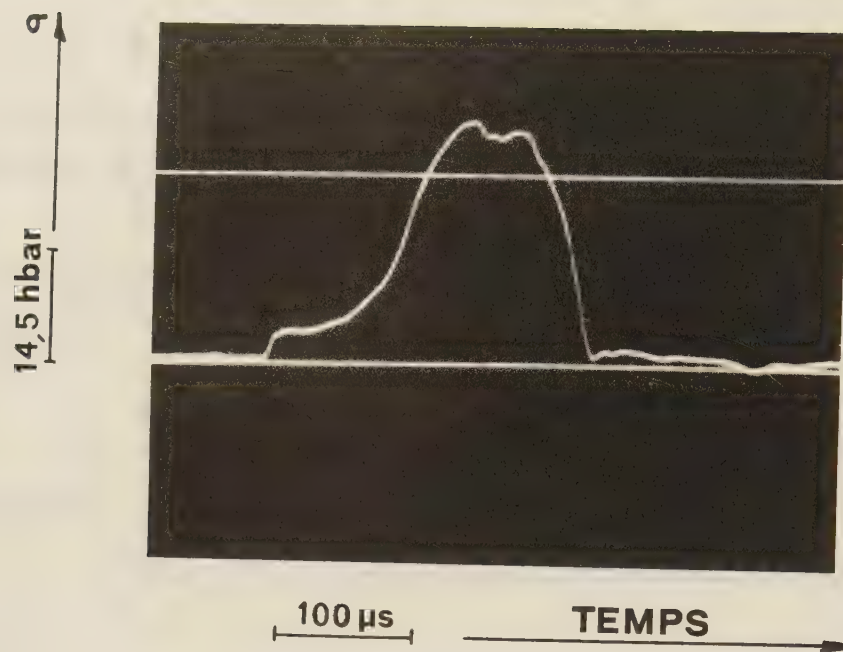


Figure 3.8

Enregistrement de la contrainte σ .
Cas du cuivre.

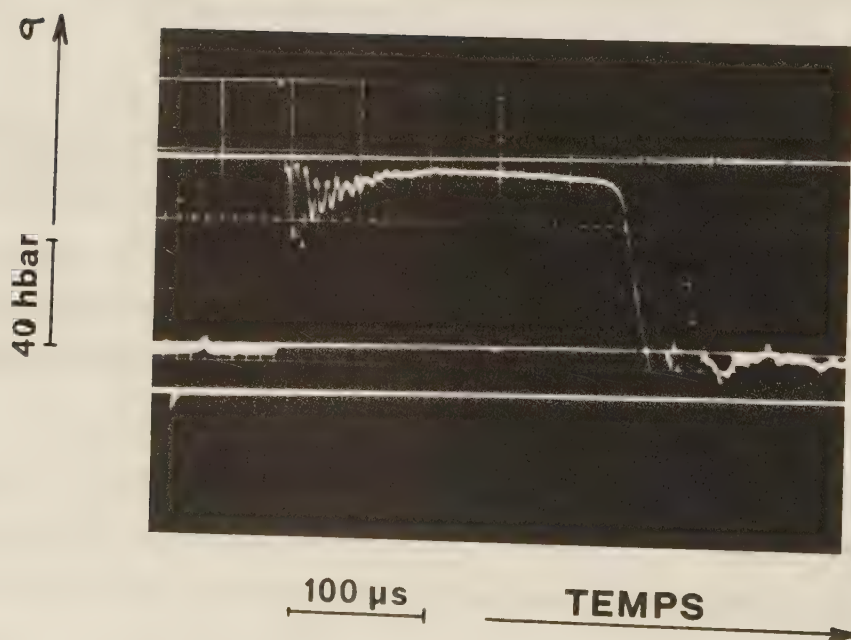


Figure 3.9

Enregistrement de la contrainte σ .
Cas de l'acier.

D'autre part, la contrainte à la rupture est plus faible que dans le cas de l'acier : 30 hbar au lieu de 50 hbar.

Des essais "statiques" pour des vitesses de traction allant de 1 à 10 mm/mn donnent une limite élastique de 4 hbar et une charge à la rupture de 21 hbar.

Afin de comprendre comment s'effectue la propagation des ondes plastiques, il est nécessaire de connaître la répartition des déformations dans l'éprouvette, au cours du temps.

III.5.2. Evolution de la déformation.

III.5.2.1. Cinématographie ultra-rapide.

Le principe et la description de la méthode de mesure ont été présentés au Chapitre II.

La figure 3.10. montre l'évolution de la déformation dans l'éprouvette au cours du temps. On distingue 3 stades :

1er stade : Pendant les vingt premières micro-secondes, des ondes plastiques, dont la vitesse dépend de l'amplitude (Figure 3.11.) se propagent dans l'éprouvette. A cet instant, la déformation plastique arrive aux trois quarts de l'éprouvette et atteint une valeur voisine de 10 % à l'extrémité mobile.

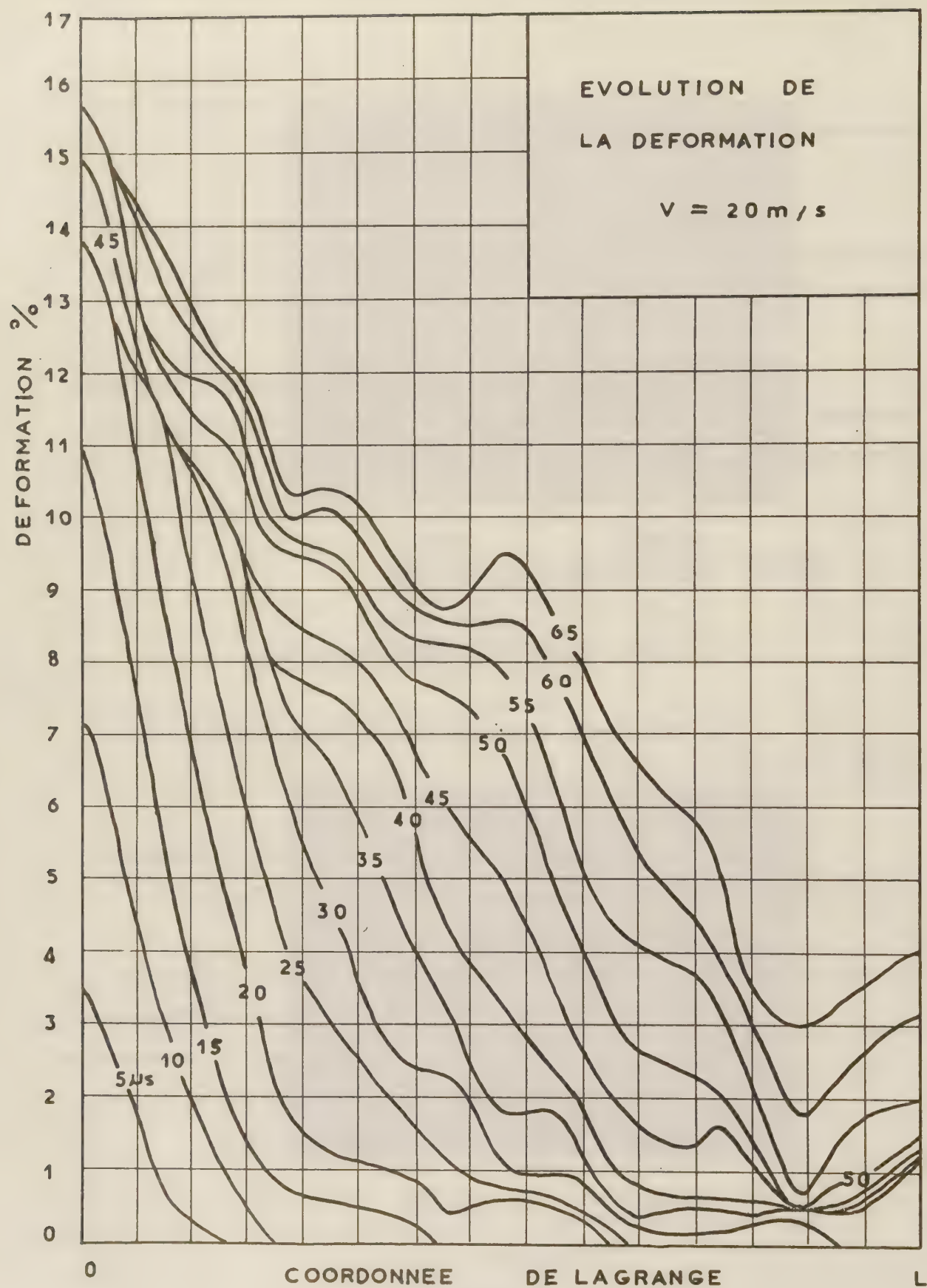


FIGURE 3.10

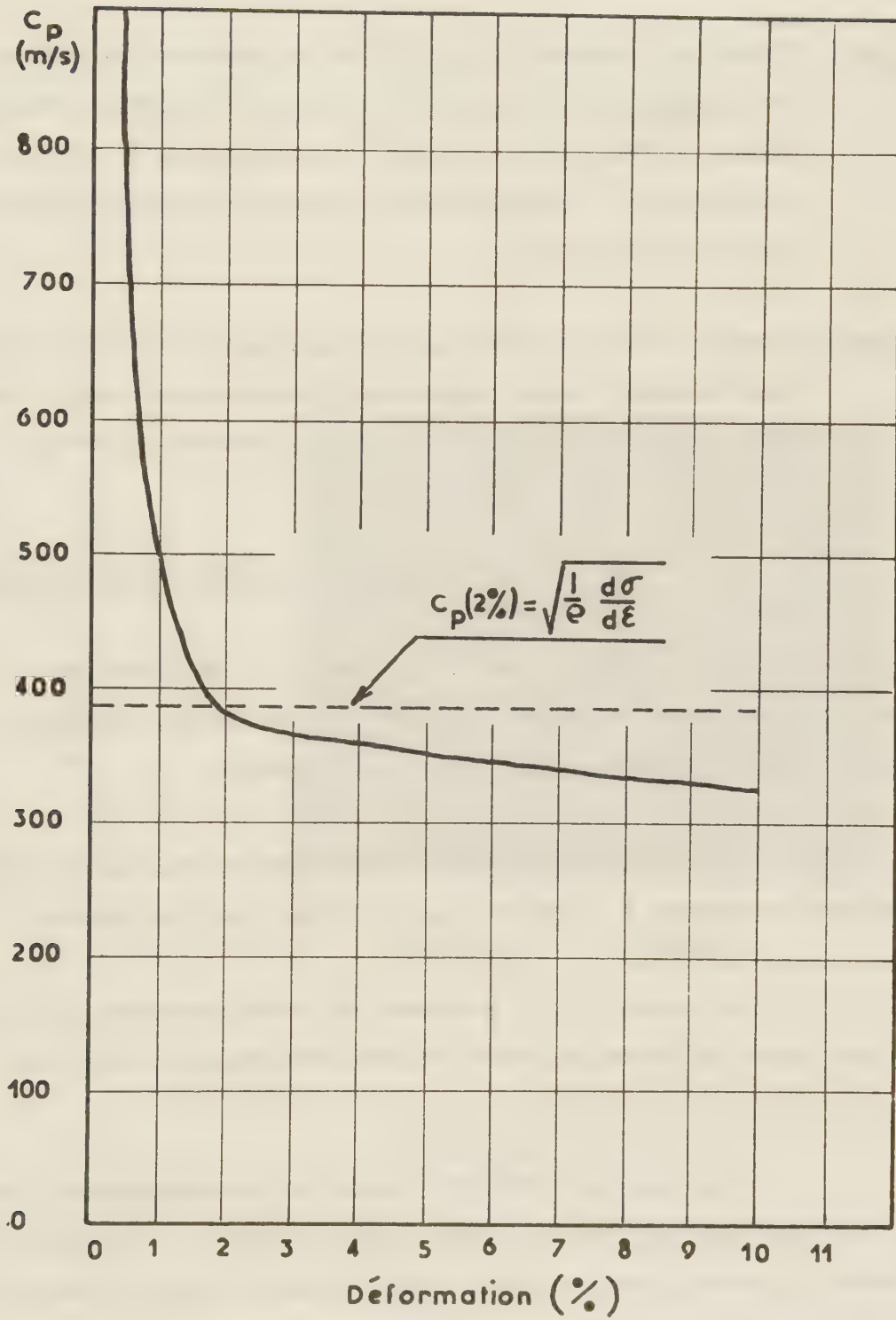


FIGURE 3.11 Vitesse de propagation des ondes plastiques en fonction de la déformation

2ème stade : Entre les instants $20 \mu s$ et $40 \mu s$ environ, la déformation se propage sous la forme d'une bande d'amplitude décroissante ($\sim 0,25 \% - \mu s^{-1}$) se déplaçant à la vitesse de $400 m s^{-1}$. La déformation plastique atteint l'extrémité fixe au bout de $35 \mu s$.

3ème stade : Après $40 \mu s$, la déformation continue de croître à l'extrémité mobile, moins rapidement que dans les autres sections de l'éprouvette où elle tend alors à devenir uniforme.

III.5.2.2. Enregistrement de la déformation par jauges.

Si l'on veut étudier l'évolution de la déformation au voisinage de l'extrémité encastree, cette déformation restant faible, l'enregistrement cinématographique est trop imprécis.

On enregistre donc la déformation en fonction du temps à l'extrémité encastree à l'aide de jauges collées sur l'éprouvette.

La figure 3.12. présente un enregistrement. On peut remarquer que la déformation démarre très lentement et s'accélère brutalement après $50 \mu s$ environ.

Pour pouvoir relier la courbe de la déformation à la courbe des contraintes il faut translater cette dernière vers la gauche, d'une valeur égale au temps mis par l'onde élastique pour parcourir la distance entre les deux jauges ($\sim 12 \mu s$).

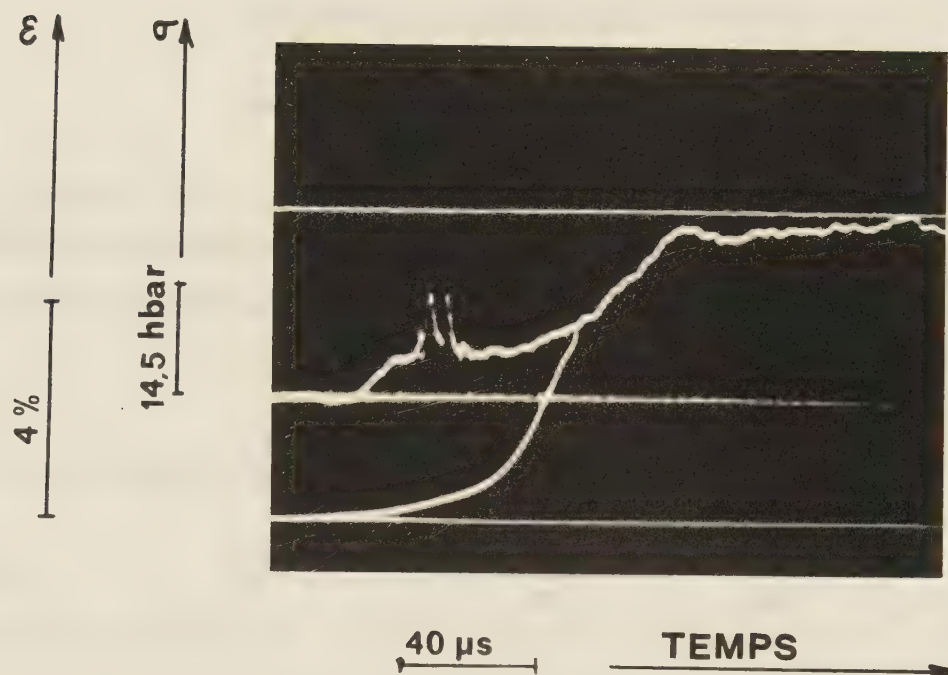


Figure 3.12

Enregistrement de la contrainte σ .
(courbe supérieure) et de
la déformation ϵ

On peut alors constater que l'accélération de la déformation correspond à la fin du palier de la contrainte.

III.5.3. Interprétation des résultats expérimentaux.

III.5.3.1. Aspects macroscopiques.

a) Précurseur élastique.

La présence d'un palier de durée t_{σ}^* sur les enregistrements $\sigma(t)$ suggère l'existence d'un précurseur élastique en avant du front de déformation plastique, qui n'existait pas dans le cas de l'acier.

La vitesse de l'onde plastique la plus rapide serait alors :

$$C_{M}^P = \frac{l}{t_R^*} \quad 3.5.$$

où l est la longueur utile de l'éprouvette et t_R^* le temps mis par l'onde plastique pour parcourir l .

On peut alors relier t_R^* à t_{σ}^* temps du palier sur l'enregistrement de la contrainte. En effet, l'enregistrement de $\sigma(t)$ commence $18 \mu s$ après le début de la déformation de l'extrémité mobile, ce temps correspondant au trajet de l'onde élastique dans l'éprouvette et dans une partie du dynamomètre.

La figure 3.13. compare les échelles des temps dans l'enregistrement de la déformation et de la contrainte respectivement.

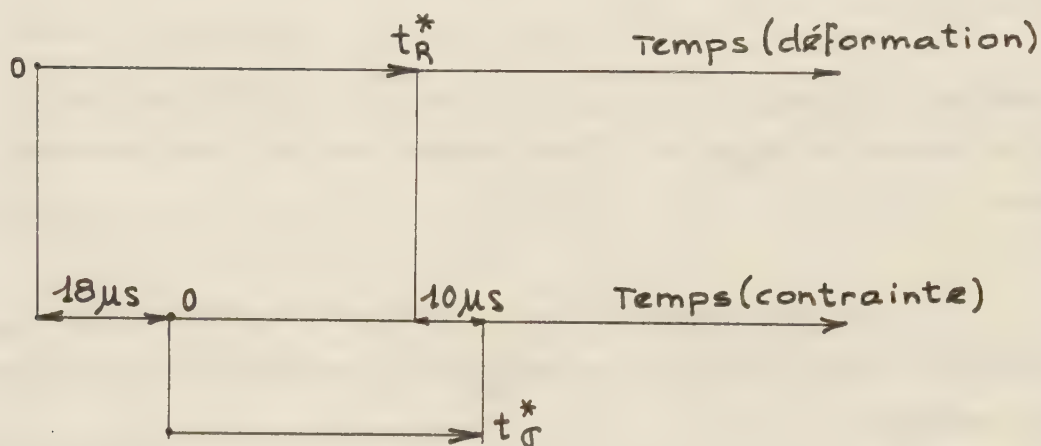


Figure 3.13.

Comparaison des échelles de temps pour les enregistrements de la contrainte et de la déformation.

Le temps réel du palier de contrainte est donc :

$$t_R^* = t_\sigma^* + 8 \mu s$$

et :

$$C_{Max.}^P = \frac{1}{t_\sigma^* + 8 \mu s} \sim \underline{800} \text{ m s}^{-1} \quad 3.6.$$

L'enregistrement cinématographique des déformations (Figure 3.10) confirme ce résultat. En effet, la déformation plastique n'atteint l'extrémité fixe qu'au bout d'un temps voisin de $35 \mu s$ qui correspond bien au temps t_R^* déterminé sur les enregistrements de la contrainte.

De plus, des essais ont montré que la durée du palier était fonction de la longueur de l'éprouvette, ce qui montre que t_σ^* dépend du chemin parcouru par l'onde plastique qui suit le précurseur élastique.

Pendant le temps t_σ^* , les jauges placées sur le dynamomètre enregistrent donc la contrainte d'écoulement à la vitesse d'essai considérée.

b) Influence de $\dot{\epsilon}$.

Des essais effectués à des vitesses de traction de 15 ms^{-1} à 50 ms^{-1} ne permettent pas de déceler une influence de la vitesse sur la limite élastique σ^* qui reste comprise entre 4 hbar et 6 hbar et sur la charge maximale qui évolue entre 25 hbar et 30 hbar.

Toutefois, les valeurs de σ^* et σ_M , obtenues pour des vitesses de traction se situant dans la gamme précédente, semblent légèrement supérieures à celles obtenues lors des essais statiques (1 à 10 mm/mn) pour lesquels l'écrouissage paraît être un peu plus faible (Figure 3.14.). Cela indique que la variation de σ^* et σ_M avec la vitesse de déformation dans les domaines considérés est très faible.

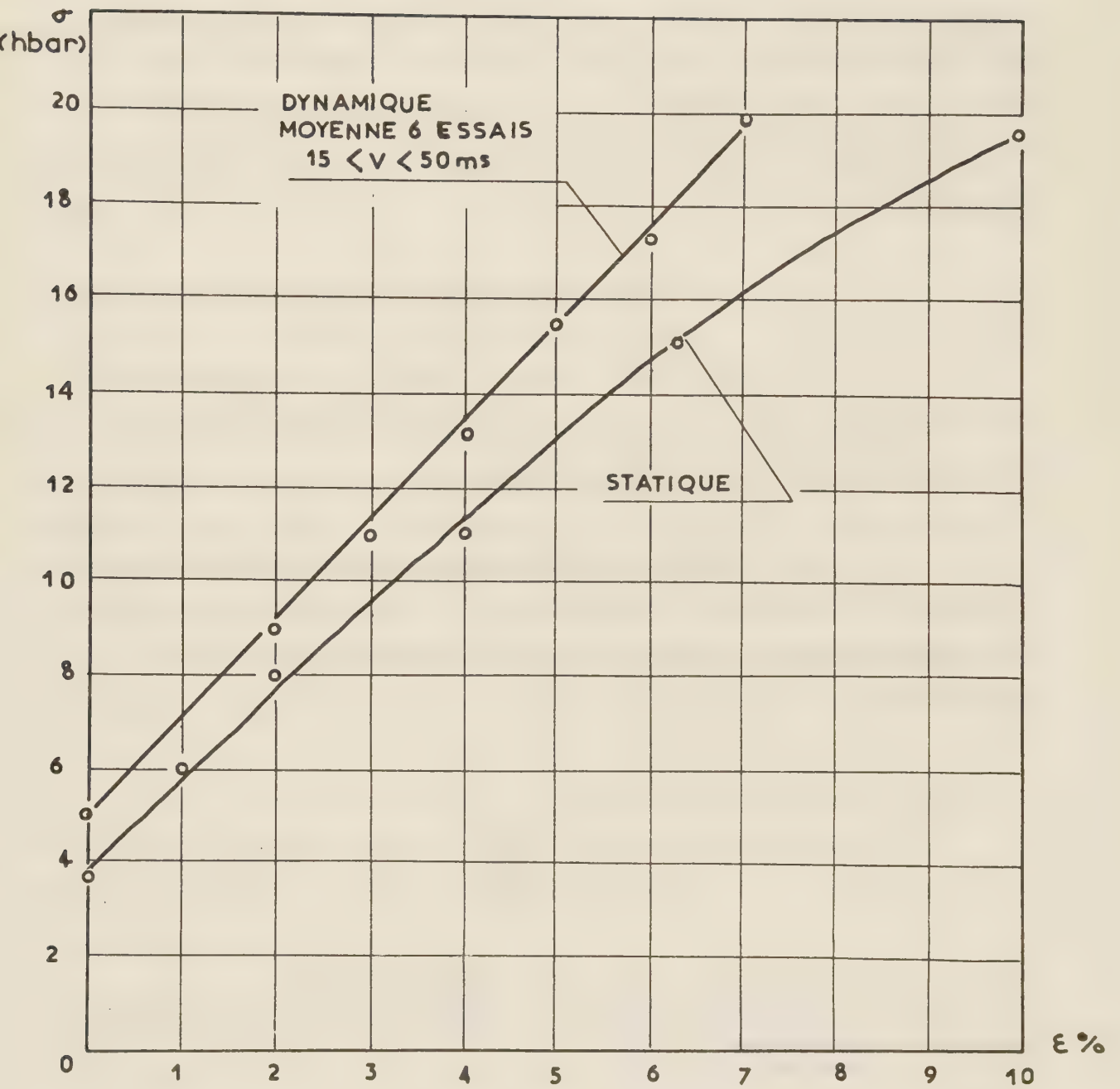


FIGURE 3.14 - Courbes σ - ϵ statiques et dynamiques

Il faut cependant noter que ces deux types d'essais ont été faits sur des machines différentes ; il faudrait pouvoir utiliser une machine unique dans une gamme de vitesse importante, ce qui n'est pas commode. Notre dispositif est actuellement en cours de modification pour pouvoir travailler à des vitesses allant de 1 m s^{-1} à 100 m s^{-1} environ.

c) Vitesses de propagation des ondes plastiques.

La figure 3.11. obtenue à partir des enregistrements de la déformation 3.10. montre que la vitesse des ondes plastiques dépend de l'amplitude de la déformation.

Ces résultats expérimentaux semblent pouvoir être décrits par la théorie de VON KARMAN (4) qui prévoit la propagation d'une onde élastique précédant un train d'ondes plastiques dont les vitesses sont :

$$c_p = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} \quad 3.7.$$

où ρ est la masse volumique et $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ la pente à la courbe contrainte déformation.

L'étude expérimentale précédente permet donc de comprendre le processus macroscopique de la déformation par traction dynamique d'une éprouvette de cuivre.

Elle montre d'autre part, la faible influence de la vitesse d'impact sur la contrainte d'écoulement, aux vitesses considérées.

Il serait intéressant de regarder si cette influence ne serait pas plus marquée pour des essais à des vitesses plus élevées (100 m s^{-1}).

III.5.3.2. Aspect microscopique.

Les enregistrements indiquent que, dans le cuivre, les dislocations ne sont pas fortement bloquées et que la contrainte nécessaire pour mettre en mouvement un certain nombre de dislocations, est égale à la contrainte d'écoulement.

La multiplication a lieu dès que la contrainte atteint une valeur comparable à la contrainte d'écoulement dans un essai statique.

Il n'est cependant pas impossible que pour des vitesses de sollicitation plus élevées, le processus diffère de celui observé jusqu'à des vitesses de l'ordre de 50 m s^{-1} .

Les quelques observations microscopiques faites, semblent indiquer que les dislocations constituant les parois des cellules, ne participent pas à la déformation lorsque celle-ci n'est pas trop grande. En effet, après traitement thermique, la structure cellulaire existe déjà partiellement et, après déformation, la taille des cellules n'a pas varié sensiblement, mais les parois se sont considérablement épaissies. Chaque cellule participe donc séparément à la déformation.

Cependant, la figure 3 a montre qu'au voisinage de la cassure les cellules se sont allongées suivant une même direction.

Cette observation peut permettre de formuler une hypothèse pour relier l'aspect macroscopique de l'évolution de la déformation (Figure 3.10.) aux observations microscopiques :

Le premier stade correspondrait à la multiplication et au déplacement des dislocations à l'intérieur de cellules dont les parois s'épaississent au fur et à mesure que de nouvelles dislocations viennent s'y empiler.

Dans le stade 2 , la déformation n'évoluerait plus dans les sections proches de l'extrémité mobile, où les contraintes exercées par les empilements des parois sur les sources, seraient suffisantes pour bloquer ces dernières.

La déformation imposée serait alors accomodée par les autres sections de l'éprouvette.

Le troisième stade commencerait lorsque le nombre de sections, capable de suivre la déformation imposée, par le processus du stade 1, deviendrait insuffisant.

Dans les sections voisines de l'extrémité mobile, qui sont les plus écrouies, la contrainte deviendrait alors assez forte pour provoquer la déformation des cellules qui s'allongeraient dans la direction de traction.

Dans les autres sections, la déformation se poursuivrait de façon plus rapide par le processus envisagé au stade 1.

En conclusion, la déformation évoluerait par deux processus différents, le premier étant la formation ou le renforcement d'une structure en cellules dont les parois s'épaississent lorsque la déformation croît et dont la taille reste sensiblement constante, et le deuxième, la déformation des cellules qui s'allongent suivant l'axe de traction lorsque l'écrouissage est suffisant.

Les résultats de la figure 3.14. peuvent permettre de dire si les mécanismes contrôlant les limites élastiques statiques et dynamiques sont différents ou non.

La contrainte s'exerçant sur une dislocation dans son plan de glissement est τ . Si τ_μ est la contrainte interne, la contrainte effective s'exerçant sur la dislocation est alors :

$$\tau^* = \tau - \tau_\mu = \frac{kT}{v^*} \rho_m \dot{\gamma} + \frac{H_0}{v^*} \quad 3.8.$$

où v^* est le volume d'activation du mécanisme de franchissement d'un obstacle dont l'énergie est H_0 .

On introduit en général la contrainte appliquée σ^* :

$$\sigma^* \sim 3\tau^* \quad 3.9.$$

Si l'on désigne par σ_s et σ_D les limites élastiques statiques et dynamiques, on peut écrire, à condition que la contrainte interne reste constante :

$$\sigma_D - \sigma_s = \frac{3kT}{v^*} \rho_m \frac{\dot{\epsilon}_D}{\dot{\epsilon}_s} \quad 3.10.$$

A la température ambiante ($T = 300^\circ\text{K}$) :

$$kT = \frac{1}{40} \quad \text{eV} = \frac{\mu b^3}{310}$$

Or :

$$\sigma_D - \sigma_s \sim 1 \text{ hbar}$$

$$\dot{\epsilon}_s \sim 10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$\dot{\epsilon}_D \sim 10^3 \text{ s}^{-1}$$

L'expression 3.10. permet le calcul de v^* :

$$v^* = \frac{3kT}{\sigma_D - \sigma_s} \rho_m \frac{\dot{\epsilon}_D}{\dot{\epsilon}_s} = 530 b^3 \sim 500 b^3 \quad 3.11.$$

On peut comparer ce volume d'activation à un volume calculé à partir des expériences de FELTHAM (167) sur la relaxation d'échantillons à 99,99 % de cuivre O.F.H.C.

FELTHAM trouve la relation expérimentale :

$$\sigma - \sigma_{\mu} = \alpha \cdot \ln(t + c) \quad 3.12.$$

où σ_{μ} est la contrainte interne et (168) :

$$\alpha = \frac{kT}{v^*} \sim \frac{7 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 3} \text{ hbar} \quad 3.13.$$

On peut alors effectuer le calcul de v^* :

$$v^* = \frac{kT}{\alpha} = \frac{\mu b^3}{310} = 490 b^3 \sim 500 b^3$$

Il semble donc que le même mécanisme contrôle l'écoulement plastique depuis l'essai statique jusqu'aux essais dynamiques à une vitesse de traction de 50 m s^{-1} .

De plus, la valeur du volume d'activation permet de penser que ce mécanisme peut être l'interaction des dislocations avec la forêt ou bien le mouvement des crans.

Des expériences complémentaires seraient toutefois nécessaires pour préciser ce point. Il deviendrait alors possible de déterminer la fonction $N(\tau, \gamma)$.

En adoptant une relation $v(\tau)$ semblable à celle établie par WREELAND (160) dans des conditions dynamiques,

une fonction de plasticité $g(\sigma, \xi)$ pourrait alors être proposée et introduite dans un calcul identique à celui effectué au Chapitre II dans le cas d'un matériau cubique centré.

Il resterait cependant à tenir compte de l'écrouissage, ce qui ne semble pas commode en raison des différents stades observés dans l'évolution de la déformation plastique.

Une telle étude pourrait constituer un prolongement logique à ce travail.

III.6. ALLONGEMENT A LA RUPTURE.

Dans le cas d'un essai dynamique, il convient d'être prudent lorsqu'on parle d'allongement à la rupture. En effet, on a pu constater dans les essais précédents, que l'allongement de l'éprouvette mesuré après rupture en "recollant" les deux bouts ne correspondait pas à l'allongement déduit des enregistrements.

Soit t_R le temps à la rupture mesuré sur l'enregistrement de la contrainte à l'extrémité fixe. L'allongement total de l'éprouvette à la rupture est donc :

$$\Delta l_R = (t_R + 8 \mu s) \times V_I$$

Pour l'essai représenté figure 3.8. :

$$t_R = 234 \mu s$$

$$\Delta \ell_R = 242 \times 39,6 \sim 10 \text{ mm}$$

ce qui correspond à une déformation à rupture ϵ_R de 33 %.

La déformation totale mesurée en "recollant" les deux morceaux de l'éprouvette après rupture est de 47 %.

La déformation de l'éprouvette se poursuit après la rupture en raison de l'inertie des différentes sections. La striction apparaît pratiquement toujours à environ 3 mm de l'extrémité fixe en raison de l'élévation de contrainte à cet endroit, due à la réflexion sur l'interface éprouvette -dynamomètre. A cet endroit, la vitesse particulière est voisine de zéro tandis qu'à l'extrémité mobile, elle est égale à la vitesse du projectile V_I . Le gradient de vitesse le long de l'éprouvette explique pourquoi la déformation se poursuit, par inertie, après le temps t_R dans la partie de l'éprouvette entraînée par le projectile.

Une éprouvette non fixée au dynamomètre a été tirée à une vitesse de 40 m s^{-1} et elle s'est déformée de 20 %, ce qui montre bien l'importance des phénomènes d'inertie dans de tels essais.

L'allongement qui correspond au temps t_R est donc l'allongement réel au moment de la rupture, mais il n'est pas très significatif dans la mesure où t_R dépend des configurations géométriques du système soumis à des régimes dynamiques.

L'allongement mesuré sur l'éprouvette après rupture a plus de sens car il donne une idée de la plasticité du matériau à la vitesse de l'essai, mais il convient de préciser que cet allongement n'est pas l'allongement à la rupture.

III.7. CONCLUSION ET DISCUSSION.

Les résultats suivants ont été obtenus :

- 1) L'examen en microscopie électronique avant traction des échantillons recuits montre qu'une structure cellulaire fine existe initialement avec une densité moyenne de dislocations voisine de 10^9 cm^{-2} . Après traction, cette structure s'est épaissie considérablement sans que la taille des cellules soit modifiée mais avec une densité de dislocations très élevée dans les parois ($> 10^{12} \text{ cm}^{-2}$). Les cellules se sont allongées suivant une même direction aux endroits où la déformation est importante (cassure).
- 2) La propagation des ondes plastiques dans le cuivre se fait en trois stades qui peuvent être interprétés à l'aide d'un mécanisme suggéré par les observations microscopiques de la structure des dislocations.

3) L'influence de la vitesse de traction est faible sur les courbes d'écrouissage, jusqu'aux vitesses maximales étudiées (50 m/s).

Les valeurs de la contrainte d'écoulement sont toutefois un peu plus élevées en régime dynamique.

4) Le temps de mise en charge est inférieur à 20 μ s.

5) L'allongement à la rupture n'est pas l'allongement résiduel en fin d'essai.

Les résultats 2 et 3 suggèrent que la limite élastique dynamique du cuivre est contrôlée par une multiplication ou un mouvement instantané important des dislocations qui permet aux sections sollicitées les premières d'accomoder la déformation imposée qui se propage ensuite dans le reste de l'échantillon.

Le résultat 1 indique que cette multiplication ou ce mouvement se fait à l'intérieur de cellules dont les parois s'épaississent par empilement des dislocations créées. Lorsque l'écrouissage devient suffisant, ces cellules se déforment et s'allongent suivant l'axe de traction.

Le résultat 3 et le calcul du volume d'activation qui en découle semblent indiquer qu'un même mécanisme contrôle l'écoulement plastique en régime statique et dynamique. Ce mécanisme pourrait être l'intersection avec la forêt ou le mouvement de crans.

Cette remarque, si elle était précisée par d'autres expériences, peut conduire à l'établissement d'une fonction de plasticité et à son introduction dans un calcul semblable au calcul effectué au Chapitre II.

Une étude également plus poussée des points 2 et 3 devrait permettre de tenir compte de l'écrouissage et d'élaborer un modèle de comportement dynamique.

0

0

0

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans la recherche de la fonction de plasticité relative à l'acier, les fonctions $N(\tau, \gamma)$ et $V(\tau, \gamma)$ ont été choisies un peu arbitrairement dans la littérature, sans que l'on cherche à savoir quel mécanisme physique elles pouvaient représenter.

Pour que le modèle élaboré à partir de ces fonctions puisse rendre compte du comportement dynamique du matériau, il a fallu modifier la relation expérimentale $N(\tau, \gamma)$ établie au cours d'essais statiques.

Cette nouvelle fonction $N(\gamma)$ présente un "créneau" indiquant une multiplication brutale des dislocations lorsque la contrainte atteint une certaine valeur. Ce profil peut s'expliquer par l'effet de la vitesse de sollicitation sur la limite élastique.

Dans l'acier étudié, en effet, les dislocations sont presque toutes ancrées par des impuretés et la contrainte qu'il faut exercer pour débloquent une dislocation est donc supérieure à la contrainte nécessaire pour qu'elle poursuive son mouvement ; cela se traduit par un léger crochet de limite élastique dans la courbe contrainte-déformation statique.

Quand la vitesse de traction augmente, le nombre de dislocations désancrées, lorsque la contrainte atteint une valeur comparable à la limite élastique "statique", est insuffisant pour accommoder la déformation imposée. D'après la relation : $\dot{\gamma} = N b \dot{\gamma}$, la vitesse $\dot{\gamma}$ des dislocations mobiles doit alors être plus grande, ce qui entraîne une contrainte appliquée également plus importante, comme le prévoit la relation :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_{\infty} \exp. \left(-\frac{\tau_0}{\tau} \right)$$

La contrainte atteignant alors une valeur suffisante, un grand nombre de dislocations sont arrachées à leurs points d'ancrage, d'où une relaxation brutale, qui se traduit par un "pic" sur les enregistrements de la contrainte.

La bonne représentativité de ce modèle simple, dans le cas de l'acier, nous a incité à étudier un matériau de structure cubique faces centrées, en essayant de déterminer les fonctions $N(\tau, \dot{\gamma})$ et $\dot{\gamma}(\tau, \dot{\gamma})$, d'une façon moins arbitraire que précédemment, par un examen plus approfondi de l'évolution de la structure interne.

L'extension au cuivre de ce modèle n'a pu être achevée dans cette étude pour la raison signalée dans l'introduction.

Bien que les résultats obtenus conduisent à penser qu'un mécanisme de franchissement de "forêt" ou de mouvement de crans

contrôle l'écoulement plastique, un complément d'étude s'avère nécessaire pour préciser ce point et formuler une fonction de plasticité caractéristique de ce matériau.

L'étude théorique du mécanisme de franchissement de la forêt indique :

$$N \propto \tau^{1/2}$$

Comme la vitesse des dislocations ne dépend également, que de la contrainte, la fonction de plasticité établie dans ce cas, ne dépendrait pas explicitement de la déformation, ce qui pourrait peut-être expliquer la différence de comportement entre l'acier et le cuivre.

Le modèle serait alors généralisé aux matériaux de structures cubiques centrés et cubiques faces centrées, caractérisés par des fonctions de plasticité différentes.

Rappelons, enfin, que le calcul effectué au chapitre II ne s'applique qu'à une géométrie uniaxiale, pour des ondes planes et longitudinales.

0

0

0

B I B L I O G R A P H I E

- 1^{*}. U.S. LINDHOLM Dynamic deformation of metals - dans "Behavior of
Materials under dynamic Loading" p. 42
Edité par N.J. HUFFINGTON Jr. New-York 1965.
1. L.H. DONNELL Longitudinal wave transmission and impact.
TRANS. ASME 52, 153, (1930).
2. H.N. ABRAMSON Stress wave propagation in Rods and Beams.
H.J. PLASS Advances in Appl. Mech. 5, 111 (1958).
E.A. RIPPERGER
3. W. GOLDSMITH "Impact"
Edward Arnold, London, 1960.
4. Th. VON KARMAN J. Appl. Phys. 21, 987 (1950).
P. DUWEZ
5. P.E. DUWEZ An experimental study of the propagation of plastic
D.S. CLARK deformation under conditions of longitudinal impact.
Proc. Amer. Soc. of Testing Materials 47, 502 (1947).
6. J.F. BELL Propagation of plastic waves in pre - stressed Bars.
Report N° 5 on Navy Contract NG. ONR. 243 VIII,
The Johns Hopkins University (1951).

7. E.J. STERNGLASS
D.A. STUART An experimental Study of the propagation transient
longitudinal deformation in elasto-plastic Media.
J.A.P. 20, 427 (1953).

8. B.E.K. ALTER
C.W. CURTIS Effect of strain rate on the propagation of a plastic strain
pulse along a lead bar.
J. Appl. Phys. 27, 1079, (1956).

9. L.E. MALVERN Quart. Appl. Math. 8, 405 (1951).

10. J.M. KRAFFT Instrumentation for high Speed strain measurement.
In "Response of metals to high velocity deformation."
Int. Pub. New-York p.9., 1961.

11. E. SIEBEL
S. SCHWAIGERER Arch. Eisenhüttenw. 11, 319 (1938).

12. L.H. FRY Am. Soc. Testing Materials Proc. 40, 625 (1940).

13. J.M. KRAFFT J. Appl. Poly. Mes. Sci. 4, 314 (1965).

14. E.G. DOLMATOV
I.I. SITNIKOV Zavodskaya Laboratorize
24, 629 (1958).

15. A.L. AUSTIN
R.F. STEIDEL Proc. Soc. Expl. Stress Anal.
17, 99, (1959).

16. D.S. CLARK
D.S. WOOD Am. Soc. Testing Materials. Proc. 49, 717 (1949).

17. J.F. DORSEY
J. Mc. GARRY
A.G.H. DIETZ Am. Soc. Testing Materials
Bul. 211, 34 (1956).

18. G.D. PATTERSON
W.M. MILLER J. Appl. Polymer. Sci. 4, 291 (1960).
19. J. HOPKINSON 1872 - Collected Scientific Papers, Vol. II
Cambridge Univ. Press, New-York 1921 p. 316.
20. J.A. SIMMONS
F.E. HAUSER
J.E. DORN Response of metals to high velocity deformation
p. 91 - Interscience publishers 1960.
21. E.G. VOLTERRA Proc. 2nd. U.S. Natl. Cong. Appl. Mech.
Am. Soc. Mech. Engrs. New-York (1954) p. 193.
22. J.R. KRAMER
R. MADDIN J. Metals 4, 197 (1952).
23. J.M. KRAFFT Trans. Am. Soc. Metals 48, 249 (1956).
24. D.S. CLARK
P.E. DUWEZ Am. Soc. Testing Materials.
Proc. Special Technical Publ.
N° 176 (1955).
25. W. RAMBERG
L.K. IRWIN Am. Soc. Testing Materials
Proc. Special Technical Publ. N° 176 (1955)
26. H.G. BARON J. Iron Steel Inst. (London) 182, 354 (1956).
27. A.F.C. BROWN
R. EDMONDS Proc. Inst. Mech. Engrs. (London)
159, 11 (1948).
28. F. KOERBER
M. STORP Mitt. Kaiser - Wilhelm - Inst.
Eisen forsh - Düsseldorf 7, 81 (1925).
29. F.V. WARNOCK
D.B.C. TAYLOR Proc. Inst. Mec. Engrs. (London)
161, 165 (1949).

30. G. WELTER
S. MORSKI J. Inst. Metals 66, 97 (1940).
31. W. H. HOPPMAN Am. Soc. Testing Materials
Proc. 47, 533 (1947).
32. I. VIGNESS
J.M. KRAFFT
R.C. SMITH Proc. Conf. on Prop. Materials at high rates of Strain
Inst. Mech. Engrs. London (1957) p. 138
33. C. RIPARBELLI Proc. Soc. Exptl. Stress. Anal. 14, 55 (1956).
34. A.M.P. BROOKES
J.L. REDDAWAY Conf. on Prop. of Materials at high rates of strain
Inst. Mech. Engrs. London (1957) p. 31.
35. H.C. MANN Am. Soc. Testing Materials Proc. 36, 85 (1936).
36. D.S. CLARK
G. DATWYLER Am. Soc. Testing Materials.
Proc. 38, 98 (1938)
37. M.J. MANJOINE
A. NADAI Trans. Am. Soc. Metals.
J.A. Mech. 8, A 77 (1941).
38. D. ROUSSEAU Thèse, Université de Lyon (1967).
39. D. ROUSSEAU
P. GOBIN Mém. Sci. Rev. Métal. 63, 147 (1966)
40. R.O. FEHR
E.R. PARKER
D.J. de MICHEAL J. Appl. Mech. 11, A 65 (1944).
41. M. ITTIHARA Tech. Repts. Tôhoku Imp. Univ.
11, 16 (1933) ; 11, 73 (1933) ; 12, 109 (1936).

42. C.E. WORK
T.J. DOLAN Am. Soc. Testing Materials Proc., 12, 79 (1954)
43. N.G. CALVERT Proc. Inst. Mech. Engrs. (London)
169, 897 (1955)
44. H. KOLSKY Proc. Phys. Soc. B 62 , 676 (1949).
45. E.D.H. DAVIES
S.C. HUNTER J. Mech. Phys. Solids, 11, 155 (1963).
46. J.W. TAYLOR
M.H. RICE J. Appl. Phys. 34, 364 (1963)
47. L.M. BARKER
R.E. HOLLENBACH Rev. Sci. Instruments. 36, 1617 (1965)
48. E.A. RIPPERGER
L.M. YEAKLEY Exp. Mech. 3, 47 (1963).
49. M.A. SCHEETZ
S.L. KOH
J.N. BRENNAN Instrumentation and machines for dynamic Tests.
J. Appl. Poly. Science, IV, 296 (1960).
50. E.A. RIPPERGER Discussion de l'article de CUNNINGHAM et GOLDSMITH
Proc. S.E.S.A., 16, 163 (1959).
51. J.M. KRAFFT Proc. Soc. Expl. Stress. Anal. 12, 173 (1955).
52. A.M. MEITZLER Rev. Sci. Instr. 27, 58 (1956).
53. I. VIGNESS Proc. Soc. Exptl. Stress. Anal. 14, 139 (1957).
54. P. BOHLER
W. SCUMANN On the complete Determination of dynamic states of stress.
Presented at 1967 S.E.S.A. annual meeting of Society
for Exp. Stress. anal. - Chicago.

55. J.F. BELL J. Appl. Phys. 27, 1109 (1956).
56. R.F. STEIDEL
C.E. MAKEROV A.S.T.M. Bulletin (1960) - T.P. 123 - 130.
57. L. JOLY
D. FRANCOIS Mem. Sci. Rev. Metal. 63, 1087 (1966)
58. RAYLEIGH (1887), London Math. Soc. Proc. 17.
(1894), Theory of Sound (Dover reprint).
59. A.E.H. LOVE (1911) Some Problems of geodynamics
pp. 89 - 104 et 149 - 142 University Press Cambridge.
(1927) The mathematical theory of Elasticity 4è Edition
(Dover reprint).
60. H. KOLSKY Stress Waves in Solids (1953)
Clarendon Press. Oxford (Dover reprint).
61. L. POCHHAMMER (1876) J. Reine, angew. Math. 81, 324.
62. R.M. DAVIES Phil. Trans. A 240, 375 (1948).
63. R. STONELEY Proc. Roy. Soc. A, 106, 416 (1924).
64. C. CHREE - Trans. Camb. Phil. Soc. 14, 250 (1889).
- Quart. J. Pure and Appl. Math. 23, 335 (1889).
65. R. SKALAK Longitudinal Impact of a semi-infinite Circular Elastic bar.
J.A. Mech. 24, 59 (1957).
66. C.N. CURTIS Second Mode Vibrations of the POCHHAMMER-CHREE
Frequency Equation.
J.A.P. 25, 928 (1954).

67. K.A. RAKHMATULIN Appl. Math. and Mech. 9 (1945).
68. G.I. TAYLOR J. Inst. Civil. Engrs. 26, 486 (1948).
69. C. BUCHALET Influence de la vitesse de mise en charge sur la réponse d'un barreau à un signal de contrainte.
Rapport DAM - 67.12. - DO. 0008 - U.M.P.
70. H. KOLSKY
L.S. DOUCH Experimental studies in plastic wave propagation.
J. Mech. Phys. Solids 10, 195 (1962).
71. J.F. BELL The initiation of finite amplitude Waves in annealed metals ;
in Stress Waves in Anelastic Solids,
Edited by H. KOLSKY et W. PRAGER - Springer Verlag
Berlin (1964).
72. D.S. CLARK
D.S. WOOD The tensile impact properties of some metals and alloys.
Trans. A S M 42, 45 (1950).
73. R.B. POND
C.M. GLASS Crystallographic Aspects of high velocity deformation
of Aluminium Single Crystals.
In "Response of Metals to high Velocity deformation"
Edited by SHEWMAN et ZACKAY, Interscience Pub.
New-York (1961).
74. P.E. DUWEZ
D.S. WOOD
D.S. CLARK The propagation of plastic strain in Tension.
N D R C Report N° A 99 (O S R D N° 931) (1942).
75. P.E. DUWEZ
D.S. WOOD
D.S. CLARK The effect of Stopped Impact and Reflection on the Propagation of plastic Strain in tension.
N D R C Report N° A 108 (O S R D N° 988) 1942.

76. P.E. DUWEZ
D.S. CLARK
H.E. MARTENS The propagation of plastic Strain in Compression.
N D R S Report N° M 302 (O S R D) N° 3886 - 1944

77. D.S. CLARK
P.E. DUWEZ Discussion of the forces acting in tension Impact tests
of materials.
J.A. Mech.Trans. A S M E 70, 243 (1948).

78. P. LUDWIK Physikalische Zeitschrift 10, 411 (1909)

79. L. PRANDTL Zeitschrift für angewandte
Math. und Mech. 8, 85 (1928).

80. H. DEUTLER Physikalische Zeitschrift 33, 247 (1932).

81. "First Report on viscosity and plasticity - Amsterdam Academy of Sciences"
Nordemann Pub. Cy. Inc. N.Y. Second Edition p. 181 (1939).

82. Discussion sur le papier de M.P. WHITE et LE VAN GRIFFIS : "The permanent
Strain in an Uniform Bar due to longitudinal Impact"
J.A. Mech. Trans. A S M E 69, 337 (1947).
par D.S. CLARK J.A. Mech. Trans. A S M E 71, 219 (1949)
E.H. LEE

83. J. LUBLINER J. Mech. Phys. Solids. 12, 59 (1964).

84. E.A. RIPPERGER Dynamic plastic behavior of Aluminium Copper and Iron.
dans "Behavior of Materials under dynamic loading"
Edited by N.J. Huffington Jr. - A.S.M.E. New-York
(1965) p.62.

85. P. PERZYNA The constitutive Equations for Rate - sensitive Plastic
Materials.
Quart. Appl. Math. 20, 321 (1963).

86. L.E. MALVERN Experimental Studies of Strain rate effects on plastic wave propagation in annealed aluminium.
dans "Behavior of materials under dynamic loading"
Edited by N.J. Huffington Jr. - A.S.M.E. - N.Y. (1965)
p. 81.
87. J.F. ALDER
V.A. PHILIPS The effect of Strain rate and Temperature on the resistance of aluminium, Copper and Steel to compression.
J. Inst. Metals. 83, 80 (1954 - 1955).
88. S.R. BODNER Strain rate effects in dynamic loading of structures.
dans "Behavior of Materials under dynamic loading"
Edited by J. Huffington Jr. - A.S.M.E. - N.Y. (1965) p.93
89. M.J. MANJOINE
A. NADAI. High Speed tension tests at elevated temperature.
Proc. Am. Soc. for testing Materials 40, 822, (1940).
90. M.J. MANJOINE Influence of rate of strain and temperature on yield stress of Mild Steel.
Trans. A.S.M.E. 66, A 211 (1944).
91. K.J. MARSH
J.D. CAMPBELL The effect of strain rate on the point Yield flow of mild Steel.
J. Mech. and Phys. of Sol. 11, 49 (1963).
92. D.S. FIELDS Jr.
W.A. BACKOFEN Temperature and rate dependance of Strain hardening in the aluminium alloy 2024 - 0.
Trans. Am. Soc. of Metals, 51, 946 (1959).
93. D.S. CLARK The behavior of metals under dynamic loading.
Trans. A.S.M. 46, 34 (1954).

94. L.E. MALVERN "The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exhibiting a strain rate effect".
J.A. Mech. 18, 203 (1951).
95. S.R. BODNER
P.S. SYMONDS "Experimental and Theoretical Investigation on the Plastic Deformation of Cantilever beams Subjected to Impulsive Loading"
J.A. Mech. 29, 719 (1962).
96. T.C.T. TING
P.S. SYMONDS "Impact of a Cantilever Beam with Strain rate sensitivity"
Proc. Fourth. U.S. Nat. Congress of Appl. Mech.
A.S.M.E. 2, 1153 (1962).
97. "Properties of Materials at high rates of Strain"
Inst. of Mech. Engineers - London (1957).
98. S.R. BODNER
W.G. SPEIRS "Dynamic Plasticity Experiments on Al Cantilever beams at Elevated Temperature".
J. Mech. and Phys. of Sol. 2, 1153 (1962).
99. D.L. Mc. LELLAN
T.W. EICHENBERGER "A description of Strain Rate Effects on the compressive Behavior of Pure Al"
dans "High Speed Testing" Vol. VI. The Rheology of Solids Interscience Pub. (1967).
100. F.E. HAUSER
J.A. SIMMONS
J.E. DORN "Strain Rate Effects in Plastic Wave Propagation"
dans "Response of Metals to High Velocity Deformation"
Edited by P.G. Shewman et V.F. Zackay
Vol. 9. Interscience N.Y. 1961 p. 93.

101. J.E. JOHNSON
D.S. WOOD
D.S. CLARK J.A. Mech. 20, 253 (1953).
102. U.S. LINDHOLM J. Mech. Phys. Solids 12, 317 (1964).
103. C.M. MOK
J. DUFFY U.S. Govt. Res. Rpt. A D 6039 29 (1964).
104. J.L. CHIDDISTER
L.E. MALVERN "Compression Impact Testing of Aluminium at Elevated Temperature".
Exp. Mech. 3, 81 (1963).
105. G.I. TAYLOR Proc. Roy. Soc. A 145, 362 (1934).
106. J.E. BAILEY
P.B. HIRSCH Phil. Mag. 5, 485 (1960).
107. C.S. SMITH J. Metals N.Y. 5, 81 (1953).
108. W.J. JOHNSTON
J.J. GILMAN J.A.P. 30, 129 (1959).
109. G.T. MAHN Submitted to the Trans. Amer. Inst. of Min. (Metall).
Engrs.
110. A.S. KEH Trans. Amer. Inst. Min. (Metall) Engrs. (à paraître)
111. A.S. KEH
S. WEISSMANN Conference on the Impact of Transmission Electron
Microscopy and Theories of the Strength of Crystals,
Berkley 1961.
Edited by G. Thomas et J. Washburn (Interscience Pub.)
N.Y. 1963 p. 231.

112. G.T. HAHN A model for Yielding with Special reference to the Yield point phenomena of Iron on related BCC Metals. Acta Met. 10, 727 (1962).
113. J.J. GILMAN "Microdynamics of Plastic Flow at constant Stress" J.A.P. 36, 605 (1965).
114. E. OROWAN Z. Physik 89, 605 (1934)
115. F. SEITZ J.A.P. 12, 470 (1941).
T.A. READ
116. D.F. STEIN J.A.P. 31, 362 (1960).
J.R. LOW Jr.
117. J.J. GILMAN J.A.P. 31, 687 (1960).
W.G. JOHNSTON
118. D.W. MOON Dislocation velocity in Single and Polycrystalline Silicon - Iron.
T. VREELAND Jr. J.A.P. 39, 3 (1968).
119. J.R. LOW Acta. Met. 7, 171 (1959).
R.N. GUARD
120. D.P. POPE Mobility of Edge Dislocations in the Basal - Slip System of Zinc.
T. VREELAND Jr. J.A.P. 38, 10 (1967).
D.S. WOOD
121. J.J. GILMAN Australian J.P. 13, 327 (1960).
122. R.W. GUARD Acta. Met. 9, 163 (1961)
"Rate Sensitive and dislocation velocity in Silicon Iron".
123. A. SEEGER in "Dislocations and Mech. properties of Crystals"
Edited by J.C. Fischer etc...
p; 243 John Wiley N.Y. (1957).

124. P.R. THORNTON
P.G. HIRSCH Phil. Mag. 3, 738 (1958).
125. W.G. JOHNSTON
D.F. STEIN "Stress dependance of dislocation velocity inferred from strain rate sensitivity".
Acta. Met. 2, 317 (1963).
126. J.D. ESHELBY Proc. Roy. Soc. (London) A 197 , 396 (1949).
127. J. WEERTMAN in "Response of Metals to high velocity Deformation"
p. 205
Edited by Shewman et Zackay, Interscience Pub. N.Y.
(1961).
128. J. LOTHE J.A.P. 33, 2116 (1962).
129. G. LEIBFRIED Z. Physik 127, 344 (1950).
130. W.P. MASON J. Acoust. Soc. Am. 32, 458 (1960).
131. W.F. GREENMAN Ph. D. thesis, California Institute of Technology (1966).
132. T. SUSUKI
A. IKUSHIMA
M. AOKI Acta. Met. 12, 1231 (1964).
133. J.W. TAYLOR Dislocation dynamics and Dynamic Yielding
J.A.P. 36, 3146 (1965).
134. J.J. GILMAN Proc. 5th. U.S. National Cong. Appl. Mech. A.S.M.E.
N.Y. (1966)
135. P.P. GILLIS
J.J. GILMAN J.A.P. 36, 3370 (1965).

136. A. GUILBERT
B.A. WILCOX
G.T. HAHN
Phil. Mag. 12, 649 (1965).
137. H. CONRAD
H. WIEDERSICH
"Activation energy for deformation of metals at low temperatures".
Acta. Met. 8, 128 (1960).
138. J.J. GILMAN
Dislocation Mobility in Crystals.
J.A.P. 36, 3195 (1965).
139. J.M. KELLY
P.P. GILLIS
Dislocation Dynamics and Precursor Attenuation.
J.A.P. 38, 4044 (1967).
140. R. BOTTE
Thèse Docteur - Ingénieur LYON 1969.
141. G.P. DE VAULT
J. Mech. Sol. 13, 55 (1965).
142. R. BOTTE
P. GOBIN
C. BUCHALET
L. JOLY
D. FRANCOIS
Etude théorique et expérimentale du comportement d'un acier ferritique à 17 % de chrome au cours d'un essai de traction à grande vitesse.
Communication aux Journées d'Automne de la Métallurgie 1968 - A paraître dans Mém. Sc. Rev. Mét.
Mém. Sc. Rev. Met. 9, 543 (1970)
143. G.T. HAHN
C.N. REID
A. GILBERT
Acta. Met. 10. - 747 (1962).
144. J.D. CAMPBELL
MARSCH
Phil. Mag. 78 - 933 (1962).
145. T. VREELAND
D.S. WOOD
D.S. CLARK
Trans. A S M 45, 620 (1953).

146. R. SAUER Ecoulement des fluides compressibles.
Béranger Editeur.
147. R. BOTTE Brit. J. Appl. Phys. 18, 663 (1967).
D. ROUSSEAU
P. PEGUIN
P. GOBIN
148. J.J. GILMAN Progress in micro dynamical theory of dislocations.
149. ISHLYNSKI A. YU Prikl. Mat. Mech. 4 79 (1940).
150. N.F. ASTBURY Proc. Roy. Soc. A 196 - 92 - (1949).
151. D.S. BERRY J. Mech. Phys. Sol. 6 - 177 (1958).
152. A. SENTIS C.R. Acad. Sc. 241 - 1700 - (1955).
153. W.G. JOHNSTON J. Appl. Phys. 33 2716 (1962).
154. J.J. GILMAN Techn. Rep. N° 1 - N O N R Contract 3985 (06) Fév. 1965.
155. J.E. BAILEY Communication personnelle.
156. J.D. LIVINGSTON The density and distribution of dislocations in deformed
Copper Crystals.
Acta. Met. 10, 229 (1962).
157. A.S. ARGON Deformation of Copper in Easy glide.
W.T. BRYDGES Phil. Mag. 18, 817 (1968).

158. SUSUKI Dislocation motion and Yield Stress in pure Copper and its dilute alloys.
Proc. of the 2nd Battelle Materials Sciences Colloquium - Seattle, Washington and Harrison - British Columbia, May 1967.
159. K. MARUKAWA Dislocation motion in Copper Single Crystals.
J. of Phys. Society of Japan 22, 499 (1967).
160. T. VREELAND Dislocation Velocity in Copper and Zinc
J.A.P. 38, 3595 (1967).
161. G. SAADA Acta. Met. 3, 322 (1955).
162. D.H. WARRINGTON dans "European Regional Conference on Electron Microscopy". De Neder Landse vereniging voo Electronen microscopie Vol. 1. p. 354 - Delft 1961.
163. A.W. RUFF Jr. Dislocations and Chemical Etch Pits in Copper.
J.A.P. 33, 3392 (1962).
164. J.V. SHARP
M.J. MAKIN Slip behavior in Copper crystals previous ly deformed on another slip System.
Canadian J. of Phys. 45, 519 (1967).
165. Hsun HU Structure of heavily rolled Copper Sheet.
Z. Metall. 60, 69 (1969).
166. J. GEORGE An electron microscope Investigation of Explosively Loaded Copper.
Phil. Mag. 15, 497 (1967).

167. P. FELTHAM

Stress Relaxation in Copper and Alpha - Brass at low
Temperatures.

J. Inst. of Metals 89, 210 (1961).

168. A. SALOMON

Thèse - Stanford University p. 42 - (1968).

Manuscrit reçu le 25 janvier 1971

0

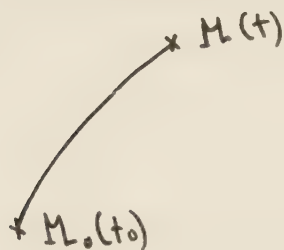
0

0

A N N E X E 1. ---

COORDONNEES DE LAGRANGE ET COORDONNEES D'EULER

1. COORDONNEES DE LAGRANGE.



Considérons au temps t un point M qui, au temps t_0 initial, se trouve en M_0 de coordonnées (X_0, Y_0, Z_0) . Les propriétés du point matériel M , c'est-à-dire, sa position et sa vitesse, sont des fonctions des coordonnées de M_0 et du temps:

$$f = f(X_0, Y_0, Z_0, t) \quad \text{a.1.1.}$$

Figure A.1.1.

et sont les inconnues du problème.

Cette description constitue la représentation Lagrangienne du mouvement, où les variables indépendantes X_0, Y_0, Z_0, t sont les variables de LAGRANGE.

Pour suivre une particule dans son mouvement, il suffit de laisser X_0, Y_0, Z_0 constants.

Signalons que dans un tel système, le calcul des dérivées partielles par rapport au temps s'identifie à celui de la dérivée totale $\frac{d}{dt}$, ce qui n'est pas le cas en coordonnées d'EULER, comme nous le verrons plus loin.

Dans le cas d'un mouvement plan, un point peut être représenté, soit par sa position initiale, soit par la masse de fluide comprise entre M et le point M_0 , ce qui est souvent plus commode :

$$m = \int_{X_0}^X \rho \, dX \quad \text{a.1.2.}$$

où ρ est la masse volumique et m la coordonnée de LAGRANGE.

On peut dire, en conclusion que les coordonnées de LAGRANGE individualisent les particules.

2. COORDONNEES D'EULER.

Ici, les variables indépendantes sont les coordonnées du point M au temps t : x, y, z , et le temps t .

$$\text{Soit : } f(x, y, z, t) = f(x, y, z, t)$$

$$\text{Or : } \begin{pmatrix} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{pmatrix}$$

Et par suite :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{Grad } f} \quad \text{a.1.3.}$$

où $\vec{v}$ est la vitesse du point M.

On constate ici que la dérivée totale de f par rapport au temps ne s'identifie pas à la dérivée partielle de f par rapport au temps.

0

0

0

A N N E X E I I

METHODES DES CARACTERISTIQUES.

A.II.1. PROBLEME GENERAL.

Considérons un système quasi-linéaire de trois équations aux dérivées partielles de trois fonctions U_i dépendantes de deux variables x_j .

$$L_k = A_{ijk} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + E_k \quad \begin{matrix} (i = 1, 3 \\) \\ (k = 1, 3 \\) \\ j = 1, 2 \end{matrix} \quad \dots \text{ a.2.1.}$$

Cherchons une combinaison linéaire des L_k :

$$L = d_k L_k \quad \dots \text{ a.2.2.}$$

telle que les dérivations des fonctions U_i se fassent suivant une même direction. En paramétrant les fonctions U_i à l'aide du paramètre ψ , cette condition s'écrit :

$$\xi = \frac{d u_i / d \psi}{d x_j / d \psi} = \frac{d_k A_{ikn}}{d_n A_{ijk}} \quad \dots \text{ a.2.3.}$$

Deux autres équations peuvent être obtenues à l'aide des dérivées totales des fonctions U_i par rapport à ψ :

$$\frac{d u_i}{d \psi} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{d x_j}{d \psi} \quad \dots \text{ a.2.4.}$$

Calculons l'expression $L \frac{dx_e}{d\varphi}$:

$$L \frac{dx_e}{d\varphi} = d_k A_{ijk} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{dx_e}{d\varphi} + d_k E_k \frac{dx_e}{d\varphi} = 0 \quad \text{a.2.5.}$$

D'après a.2.3. :

$$d_k A_{ijk} \frac{dx_e}{d\varphi} = d_k A_{iek} \frac{dx_i}{d\varphi}$$

En reportant dans a.2.5. :

$$L \frac{dx_e}{d\varphi} = d_k A_{iek} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{dx_i}{d\varphi} + d_k E_k \frac{dx_e}{d\varphi} \equiv 0$$

D'après a.2.4. :

$$L \frac{dx_e}{d\varphi} \equiv 0 = d_k A_{iek} \frac{du_i}{d\varphi} + d_k E_k \frac{dx_e}{d\varphi} \quad \text{a.2.6.}$$

Les équations a.2.3. et a.2.6. forment un système linéaire et homogène de cinq équations à trois inconnues d_k :

$$d_k \left(A_{ijk} \frac{dx_e}{d\varphi} - A_{iek} \frac{dx_i}{d\varphi} \right) = 0 \quad \text{a.2.7.}$$

$$d_k \left(A_{iek} \frac{du_i}{d\varphi} + E_k \frac{dx_e}{d\varphi} \right) = 0 \quad \text{a.2.8.}$$

Considérons le système des trois équations a.2.7.

Pour qu'il existe une solution différente de la solution $d_k = 0$, il faut que le déterminant du système soit nul :

$$\left| A_{ijk} \frac{dx_j}{d\varphi} - A_{ien} \frac{dx_i}{d\varphi} \right| = 0 \quad \text{a.2.9.}$$

On obtient ainsi une équation du troisième degré en ξ . Si cette équation possède trois racines distinctes et réelles ξ_m ($m = 1, 3$), le système est dit hyperbolique. Les racines ξ_m sont appelées directions caractéristiques du système a.2.1.

$$\frac{dx_i}{dx_1} = \xi_m(u_i, x_j) \quad \text{a.2.10.}$$

Par intégration, le système a.2.10. donne trois familles de courbes C_m enveloppes des directions caractéristiques.

Si l'on considère maintenant les équations a.2.8., on peut éliminer d_k entre ces trois équations :

$$R_i(\xi) \frac{du_i}{d\varphi} + S(\xi) = 0 \quad \text{a.2.11.}$$

R_i et S sont des fonctions du deuxième degré en ξ .

Le système a.2.1. se transforme en un système de six équations différentielles du premier ordre par rapport à une seule variable φ .

$$\frac{dn_1}{d\varphi} / \frac{dn_2}{d\varphi} = \xi_m$$

$$P_i(\xi_m) \frac{du_i}{d\varphi} + S(\xi_m) = 0 \quad \text{a.2.12.}$$

A.II.2. APPLICATION A LA TRACTION DYNAMIQUE D'UNE BARRE CYLINDRIQUE.

Le système a.2.1. s'écrit ici en variables de LAGRANGE:

$$L_1 = - \frac{\partial \sigma}{\partial \alpha} + \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

$$L_2 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial v}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{a.2.13.}$$

$$L_3 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} - g = 0$$

$$\text{où } g = g(\sigma, \varepsilon)$$

La condition a.2.3. du problème général devient :

$$C = \frac{d\alpha}{d\varphi} / \frac{dt}{d\varphi} = \frac{0}{d_2 + d_3} = \frac{E d_1}{d_3} = - \frac{d_2}{\rho d_1} \quad \text{a.2.14.}$$

Le système a.2.6. se réduit à une équation :

$$d_1 \rho \frac{dv}{d\varphi} + d_2 \frac{d\varepsilon}{d\varphi} + d_3 \left(\frac{d\varepsilon}{d\varphi} - \frac{d\sigma}{d\varphi} \frac{1}{E} - g \frac{dt}{d\varphi} \right) = 0 \quad \text{a.2.15.}$$

Et le système des équations a.2.7. et a.2.8. devient :

$$\begin{aligned} d_1 \rho \frac{dv}{d\varphi} + d_2 \frac{dt}{d\varphi} &= 0 \\ -d_1 E \frac{dt}{d\varphi} + d_3 \frac{d\varepsilon}{d\varphi} &= 0 \quad \text{a.2.16.} \\ d_1 \rho \frac{dv}{d\varphi} + d_2 \frac{d\varepsilon}{d\varphi} + d_3 \left(\frac{d\varepsilon}{d\varphi} - \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\varphi} - g \frac{dt}{d\varphi} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Pour que le système a.2.16. admette une solution différente de la solution :

$$d_1 = d_2 = d_3 = 0$$

le déterminant du système doit être nul.

L'équation a.2.9. devient :

$$E \frac{d\varepsilon}{d\varphi} - \frac{d\sigma}{d\varphi} - E g \frac{dt}{d\varphi} - \rho c' \frac{d\varepsilon}{d\varphi} + \rho c \frac{dv}{d\varphi} = 0 \quad \text{a.2.17.}$$

L'équation a.2.14. montre qu'une direction caractéristique peut être :

$$C = 0$$

à condition que : $d_2 + d_3 \neq 0$

La caractéristique correspondante est alors :

$$\alpha = \text{cte.}$$

D'après a.2.17., il existe une relation sur cette caractéristique :

$$E \frac{d\varepsilon}{d\varphi} - \frac{d\sigma}{d\varphi} - E g \frac{dt}{d\varphi} = 0$$

Si l'on cherche des solutions

$$C \neq 0$$

il faut :

$$d_2 = -d_3$$

Le système a.2.16. devient alors :

$$d_1 E \frac{dt}{d\varphi} + d_2 \frac{d\alpha}{d\varphi} = 0$$

$$d_1 \rho \frac{d\alpha}{d\varphi} + d_2 \frac{dt}{d\varphi} = 0$$

$$d_1 \rho \frac{dv}{d\varphi} + d_2 \left(\frac{d\sigma}{d\varphi} \frac{1}{E} + g \frac{dt}{d\varphi} \right) = 0 \quad \text{a.2.18.}$$

En annulant le déterminant des deux premières équations de a.2.18. :

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{a.2.19.}$$

En éliminant λ_1 et λ_2 entre les deux dernières équations de a.2.18. :

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} \left(\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\varphi} + g \frac{dt}{d\varphi} \right) - \frac{dv}{d\varphi} \frac{dt}{d\varphi} = 0$$

le système a.2.13. peut être remplacé par le système suivant :

$$(\alpha) \quad \frac{dv}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad E \frac{d\varepsilon}{d\varphi} - \frac{d\sigma}{d\varphi} - E g \frac{dt}{d\varphi} = 0$$

$$(\xi) \quad \frac{d\alpha}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \frac{d\sigma}{d\varphi} + E g \frac{dt}{d\varphi} - \sqrt{E\rho} \frac{dv}{d\varphi} = 0$$

$$(\eta) \quad \frac{d\alpha}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = -\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \frac{d\sigma}{d\varphi} + E g \frac{dt}{d\varphi} + \sqrt{E\rho} \frac{dv}{d\varphi} = 0$$

a.2.20.

Les caractéristiques sont des droites dans le plan (α, t)

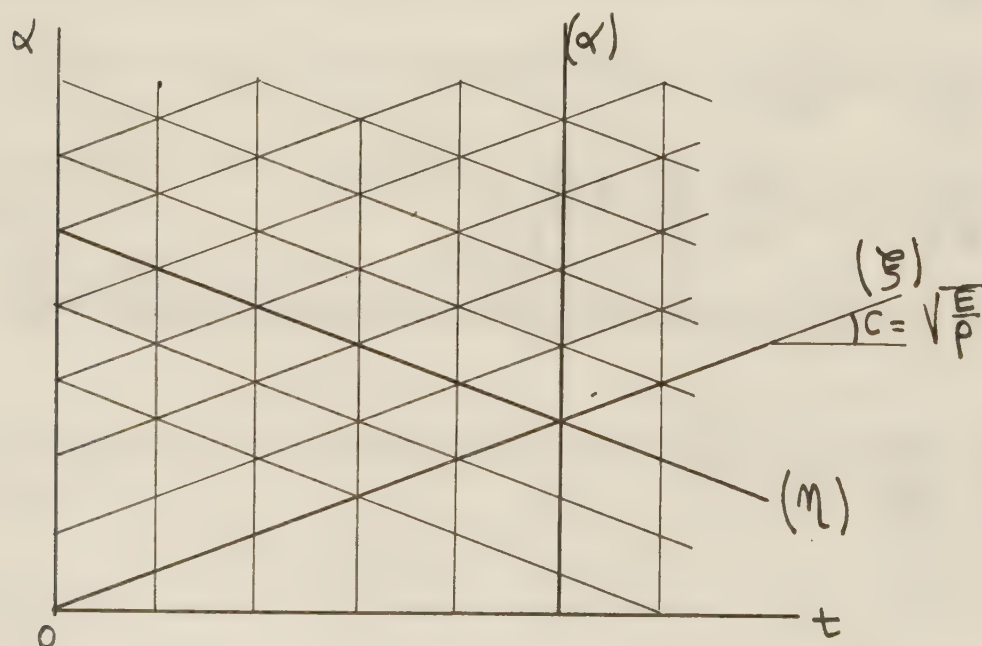


Figure A.2.1.

A N N E X E I I I

CALCUL DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE

A.III.1. INTEGRATION DU SYSTEME D'EQUATIONS.

La méthode des caractéristiques utilisée ici est décrite dans l'annexe II.

Le système à résoudre est constitué par les équations 2.36. avec l'expression de $g(\sigma, \epsilon)$ donnée par une des relations 2.29., 2.30., 2.31., ou 2.33. suivant la valeur de la déformation.

Les variables indépendantes sont :

- la déformation ϵ
- la contrainte σ
- la vitesse particulaire v

Les solutions du système 2.36. sont représentées par des surfaces $\epsilon(\alpha, t)$, $\sigma(\alpha, t)$ et $v(\alpha, t)$, α étant la coordonnée de LAGRANGE d'une section de l'éprouvette ($\alpha = 0$ à l'extrémité mobile, $\alpha = L$ à l'extrémité fixe).

La méthode des caractéristiques, permet d'obtenir des solutions, intégrales premières du système représentées par des courbes

sur ces surfaces. Ces courbes sont appelées courbes caractéristiques. On peut montrer (145) qu'il existe trois familles de courbes caractéristiques car le système d'équations est hyperbolique. On peut montrer d'autre part, que les projections des courbes caractéristiques sur le plan (α, t) sont des droites représentant la propagation d'un ébranlement dans l'éprouvette. Puisqu'il existe deux sens possibles de propagation, les projections des courbes caractéristiques auront comme équations dans le plan (α, t) :

$$\frac{d\alpha}{dt} = 0$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \pm c$$

a.3.1.

c étant la vitesse de propagation de l'ébranlement.

Le réseau des caractéristiques ainsi défini est représenté sur la figure A.3.1.

Sur chaque caractéristique, les variables v et ε sont liées par des relations

$$d\varepsilon - \frac{1}{E} d\sigma = g(\sigma, \varepsilon) dt \quad \text{sur les caractéristiques } \alpha \left(\frac{d\alpha}{dt} = 0 \right)$$

$$\text{a.3.2. } dv - \frac{1}{\rho c} d\sigma = g(\sigma, \varepsilon) dt \quad \text{sur les caractéristiques } \beta \left(\frac{d\alpha}{dt} = c \right)$$

$$dv + \frac{1}{\rho c} d\sigma = -g(\sigma, \varepsilon) dt \quad \text{sur les caractéristiques } \gamma \left(\frac{d\alpha}{dt} = -c \right)$$

Ces relations permettent de calculer les valeurs des variables en chaque point du réseau des caractéristiques (146). Les valeurs de ces variables en un point M (Figure A.3.1.) se déduisent des valeurs aux points A, B et C en écrivant les relations caractéristiques (142) sous la forme d'équations aux différences finies. Le calcul des variables sur les caractéristiques $\alpha = 0$ et $\alpha' = L$ (aux extrémités de l'éprouvette) se fait en tenant compte des conditions initiales et aux limites (loi de mise en vitesse de l'extrémité mobile de l'éprouvette et conditions de réflexion des ondes sur l'interface éprouvette-dynamomètre).

La loi de mise en vitesse a été prise identique à celle utilisée par ROUSSEAU (38), c'est-à-dire une loi accélération-temps ayant la forme d'un triangle isocèle, comme cela lui a été suggéré par les indications d'un accéléromètre noyé dans la tête d'une éprouvette soumise à un essai de traction à grande vitesse avec une machine semblable, du point de vue de l'impact, à celle utilisée ici (39).

A.III.2. PROGRAMMATION DU CALCUL.

La figure A.3.1. montre le découpage du plan (α, t) en triangles déterminés par les réflexions successives du front d'onde incident aux extrémités de l'éprouvette. La région I correspond au passage de l'onde incidente seule. Dans la région II, il faut tenir compte de l'onde réfléchie à l'extrémité fixe de l'éprouvette et ainsi de suite.

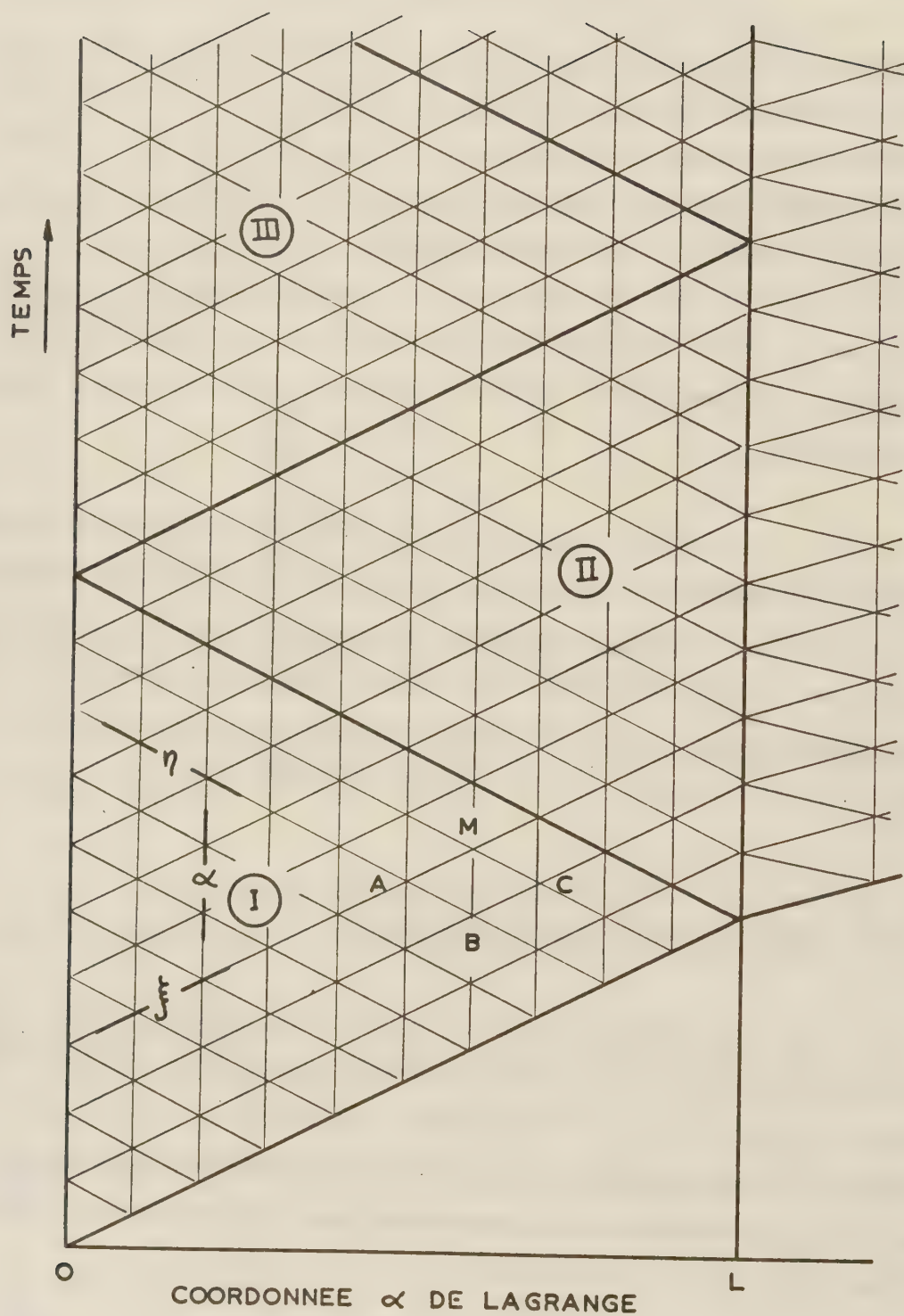


FIGURE A.3.1 Réseau des caractéristiques et découpage du plan (α, t) en triangles

Le calcul se fait par triangles (l'organigramme général de ce calcul fait l'objet de la figure A.3.2.). Dans le triangle I, il se fait en progressant le long d'une caractéristique ξ , en calculant les valeurs des variables en chaque noeud du réseau. Quand on arrive sur le côté du triangle, on passe à la caractéristique ξ suivante, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on ait couvert toute la surface du triangle.

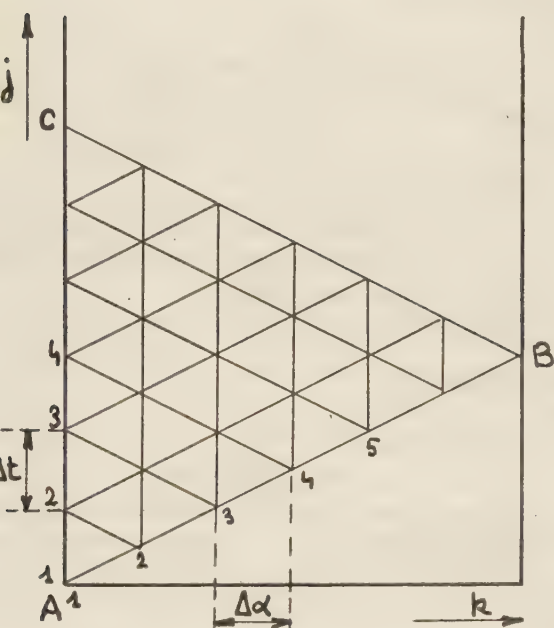
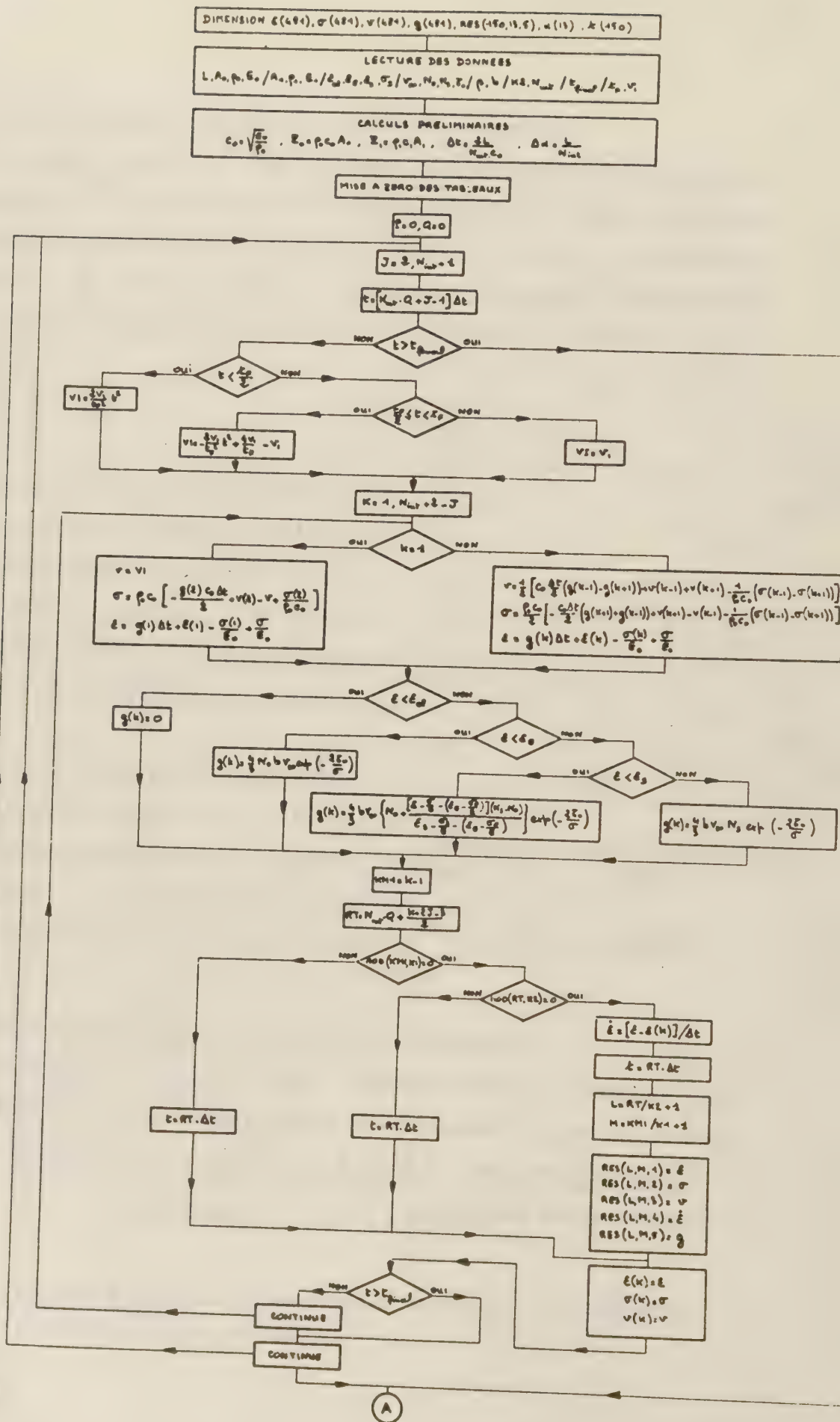


Figure A.3.3.

Pour pouvoir effectuer un calcul par récurrence, on affecte les caractéristiques α d'un indice k pouvant prendre les valeurs de 1 à $N_{int} + 1$, N_{int} étant le nombre d'intervalles choisis le long de l'éprouvette (Figure A.3.3.).

Afin d'avoir une bonne précision dans le calcul, il faut choisir un réseau de caractéristiques suffisamment dense, c'est-à-dire une valeur de N_{int} assez grande. La valeur $N_{int} = 480$ a été choisie ici.

C'est la valeur à partir de laquelle les résultats ne sont plus sensibles au pas de calcul $\Delta \alpha$. Ce pas de calcul étant fixé par le choix de N_{int} , l'intervalle de temps séparant deux caractéristiques ξ ou η est alors $\Delta t = \frac{2 L}{N_{int} \cdot C_0}$, C_0 étant la vitesse de propagation des ondes.



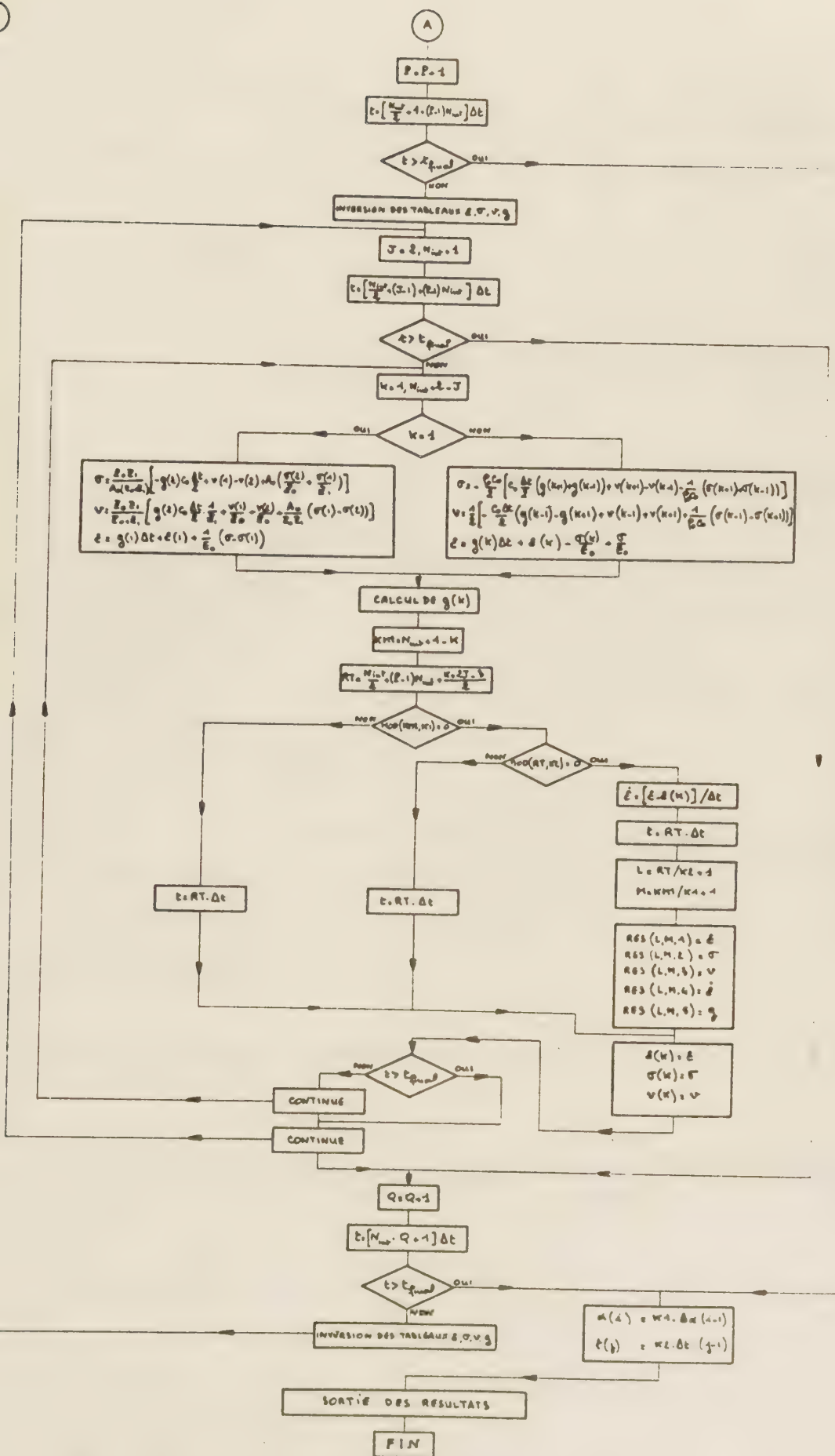


FIGURE A.32 ORGANIGRAMME DU CALCUL

Les caractéristiques ξ sont affectées d'un indice j variant de 2 à $N_{int} + 1$: $j = 2, N_{int} + 1$.

A.III.2.1. Calcul dans le triangle I.

a) Calcul des variables en un point d'une caractéristique ξ .

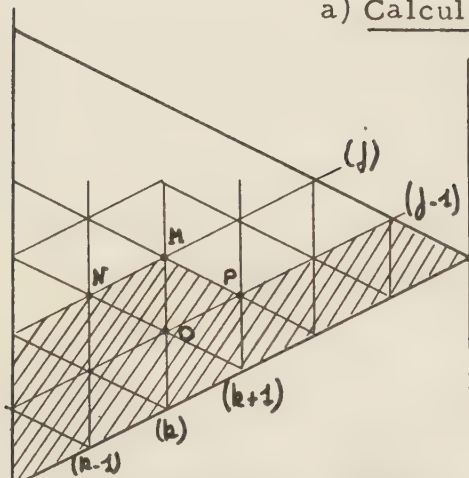


Figure A.3.4.

La première caractéristique considérée sera ξ_2 ($j = 2$) car on suppose qu'il n'y a pas de "choc", ce qui implique que toutes les variables sont nulles sur ξ_1 ($j = 1$).

Le calcul des variables en un point M s'effectue à partir des valeurs de ces variables aux points N , O et P (Figure A.3.4.) D'après les équations a.3.2. les variables en M , pour une valeur de j donnée, sont :

$$v_M = \frac{1}{2} \left[C_0 \frac{\Delta t}{2} (g(k-1) - g(k+1) + v(k-1) + v(k+1)) - \frac{1}{\rho C_0} (\sigma(k-1) - \sigma(k+1)) \right]$$

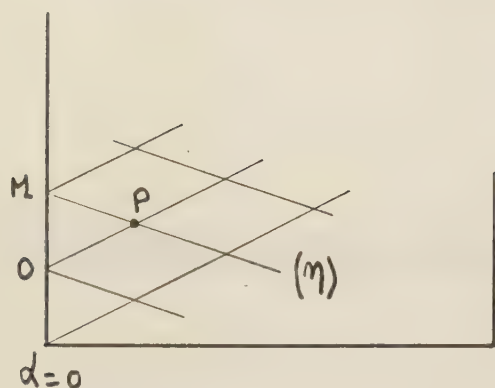
$$\sigma_M = \rho_0 C_0 \left[-C_0 \frac{\Delta t}{2} (g(k+1) + g(k-1) + v(k+1) - v(k-1)) + \frac{1}{\rho_0 C_0} (\sigma(k+1) + \sigma(k-1)) \right]$$

a.3.3.

$$\varepsilon_M = g(k) \Delta t + \varepsilon(k) - \frac{\sigma(k)}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma_M}{E_0}$$

b) Calcul des variables le long de la caractéristique

$$\underline{\alpha = 0 \quad (k = 1) .}$$

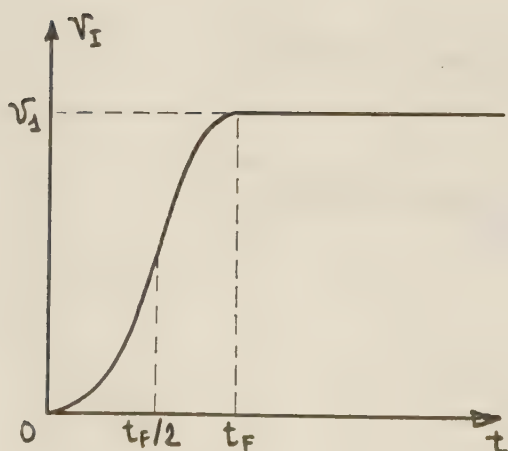
Figure A.3.5.

Dans ce cas, seules les variables en O et P sont connues (Figure A.3.5.) et l'on a deux équations : une sur la caractéristique η passant par M et une sur la caractéristique $\alpha = 0$.

$$\sigma_M = \rho_0 c_0 \left[-\frac{g(2)C_0 \Delta t}{2} + v(2) - v(M) + \frac{\sigma(2)}{\rho_0 c_0} \right]$$

$$\varepsilon_M = g(1) \Delta t + \varepsilon(1) - \frac{\sigma(1)}{E_0} + \frac{\sigma_M}{E_0} \quad \text{a.3.4.}$$

Une équation supplémentaire est fournie par la loi de mise en vitesse de l'extrémité mobile. La loi de mise en vitesse étant formée par hypothèse de deux arcs de parabole, la vitesse V_I à un instant t donné s'écrit :

Figure A.3.6.

$$V_I = \frac{2V_1}{t_F^2} t^2 \quad \text{si } 0 \leq t < \frac{t_F}{2}$$

$$V_I = -\frac{2V_1}{t_F^2} t^2 + 4\frac{V_1}{t_F} t - V_1 \quad \text{si } \frac{t_F}{2} \leq t < t_F$$

$$V_I = V_1 \quad \text{si } t \geq t_F \quad \text{a.3.5.}$$

t_F étant le temps nécessaire pour que l'extrémité de l'éprouvette atteigne la vitesse V_I du projectile (Figure A.3.6.)

Ces relations signifient simplement que, dans la section d'encastrement, les vitesses particulières dans le dynamomètre et dans l'éprouvette, sont égales et que les faces sont en équilibre.

D'autre part, dans le dynamomètre, les variables restent constantes le long d'une même caractéristique ξ ou η puisque l'on est toujours dans le domaine élastique, et on a :

$$d\sigma = \rho_1 c_1 dv \quad \text{sur une caractéristique } \xi_1$$

$$a.3.8. \quad d\sigma = -\rho_1 c_1 dv \quad \text{sur une caractéristique } \eta_1$$

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E_1} \quad \text{sur une caractéristique } \alpha_1$$

La connaissance des variables en N, O et P permet de déterminer les variables en M au moyen des relations a.3.7. et a.3.8. :

$$\sigma_M = \frac{Z_0 Z_1}{A_0(Z_0 + Z_1)} \left[-g(1) \frac{C_0 \Delta t}{2} + v(1) - v(2) + A_0 \left(\frac{\sigma(1)}{Z_0} + \frac{\sigma(1)}{Z_1} \right) \right]$$

$$a.3.9. \quad v_M = \frac{Z_0 Z_1}{Z_0 + Z_1} \left[g(2) \frac{C_0 \Delta t}{2} \frac{1}{Z_1} + \frac{v(2)}{Z_0} + \frac{v(1)}{Z_1} + \frac{A_0}{Z_0 Z_1} (\sigma(1) - \sigma(2)) \right]$$

$$\varepsilon_M = g(1) \Delta t + \varepsilon(1) + \frac{1}{E_0} (\sigma_M - \sigma(1))$$

avec $Z_0 = \rho_0 c_0 A_0$ impédance de l'éprouvette

$Z_1 = \rho_1 c_1 A_1$ impédance du dynamomètre.

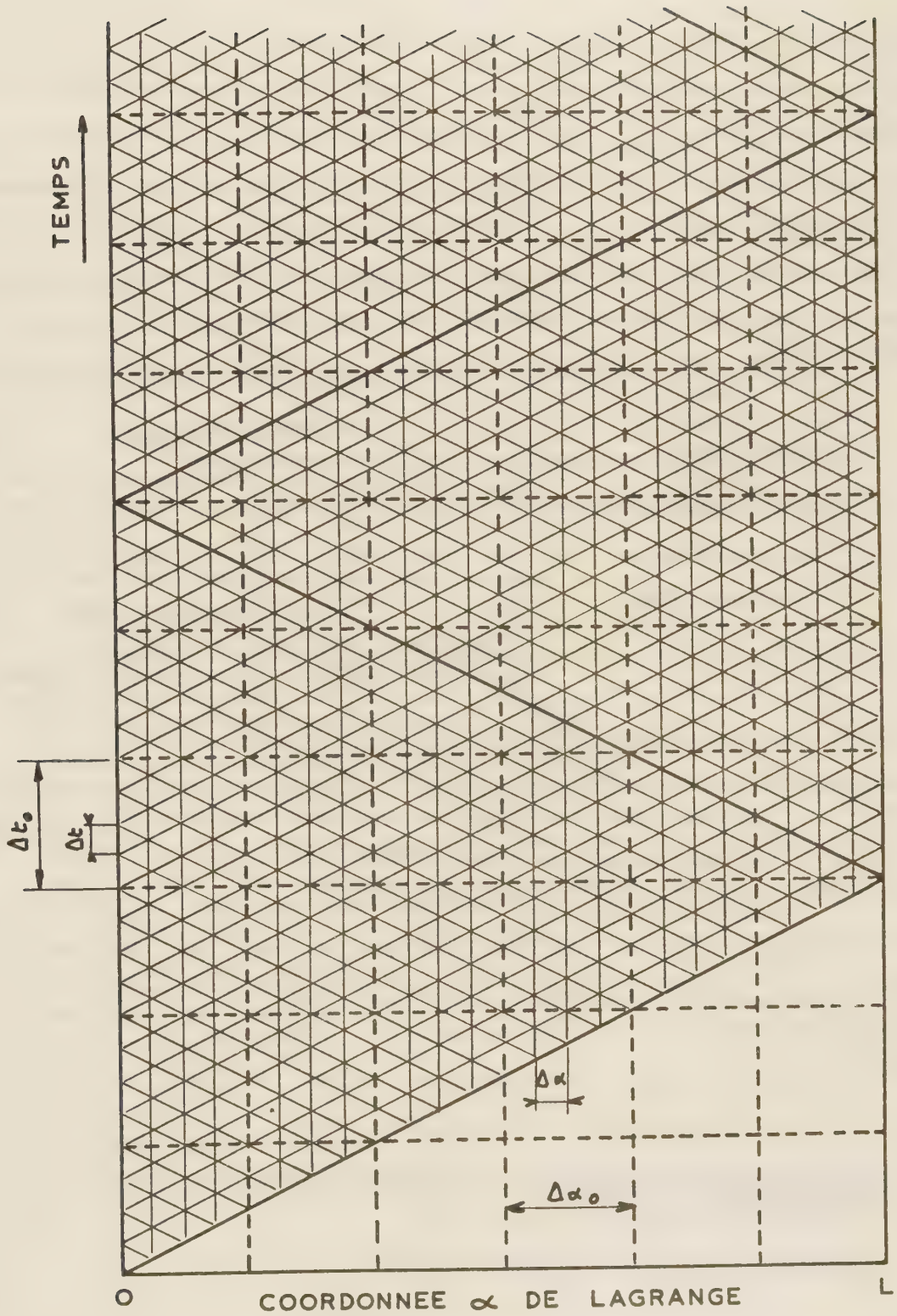


FIGURE A3.11 Superposition du réseau des résultats au réseau des caractéristiques.

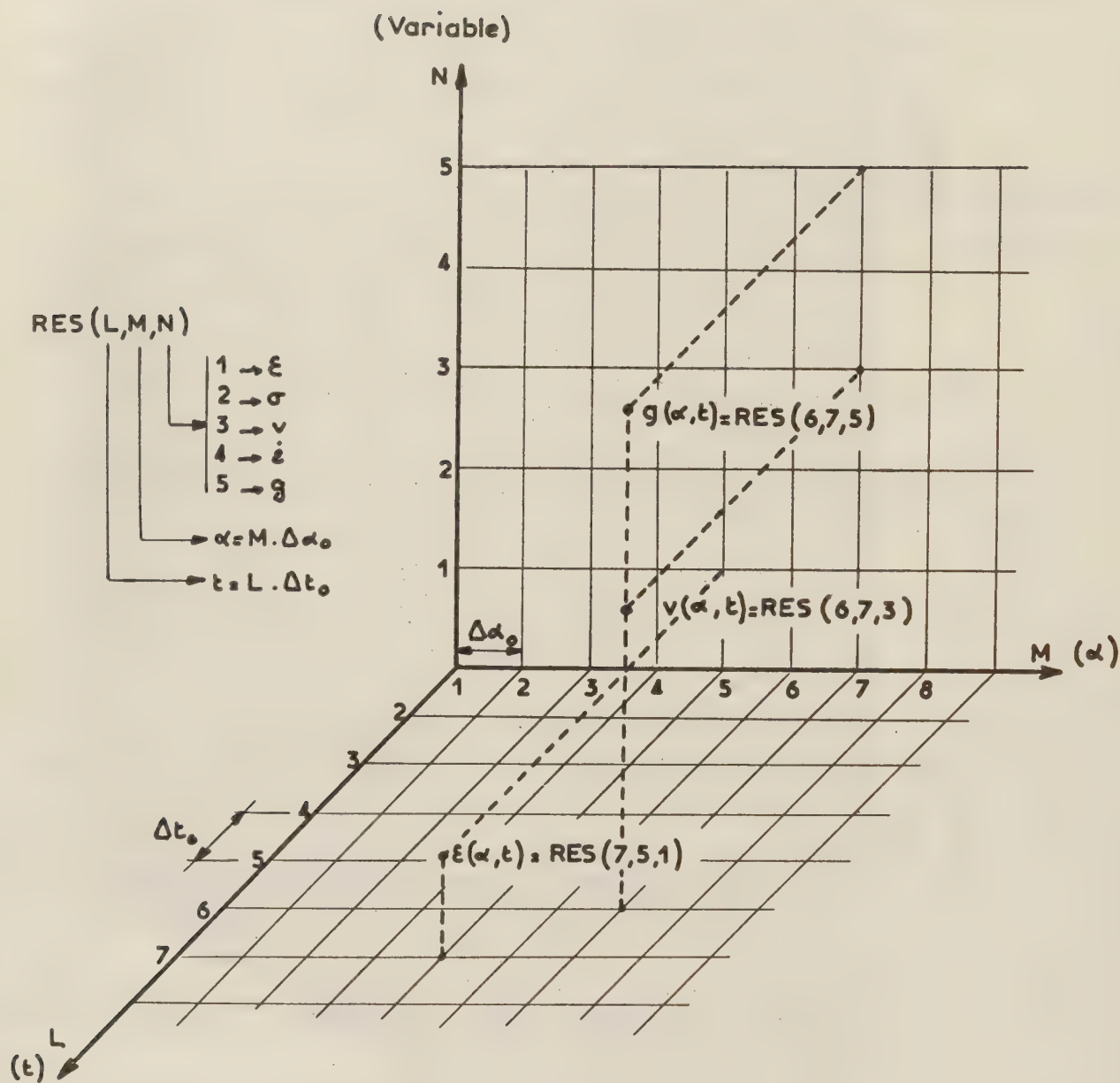


FIGURE A3.12 Représentation du tableau des résultats

A chaque noeud du réseau de calcul, un test est effectué afin de déterminer si on se trouve sur un noeud du réseau des résultats. S'il en est ainsi, les valeurs des variables sont placées dans un tableau à trois dimensions, appelé "tableau des résultats", à une place correspondant à l'abscisse α et à l'ordonnée t de ce noeud (Figure A.3.12.). Il sera alors aisé, en fin de calcul, d'obtenir la variation d'une variable, en fonction du temps, dans une section donnée de l'éprouvette ou la répartition, à un instant donné, d'une variable le long de l'éprouvette.

Les variables ainsi calculées sont la déformation, la contrainte, la vitesse particulière, la vitesse de déformation totale et la vitesse de déformation plastique.

A.III.2.6. Arrêt du calcul.

Le calcul et le remplissage du tableau des résultats se font jusqu'à ce qu'on atteigne un temps égal au temps final préalablement choisi (t_{fin}).

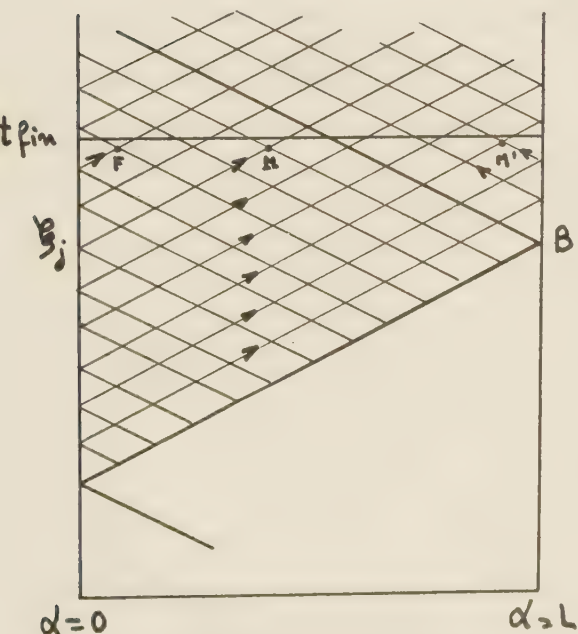


Figure A.3.13.

Supposons que le temps final soit atteint une première fois dans un triangle du type I, sur une caractéristique ξ_j donnée, après un point M. Il faut alors interrompre la boucle sur k (qui fait déplacer le long de ξ_j), pour boucler sur j (c'est-à-dire passer à la caractéristique ξ_j suivante, de façon à terminer, en F, le calcul dans le triangle en cours).

Il faut ensuite changer de triangle et continuer le calcul dans le triangle de type II suivant, à partir du point B, jusqu'au point F', point ayant la plus grande abscisse et la plus grande ordonnée pour laquelle $t \leq t_{\text{fin}}$ (Figure A.3.13.).

0

0

0

A.III.2.3. Tableaux de calcul.

On peut remarquer, dans les équations a.3.3. que seul l'indice k des caractéristiques χ intervient. Au cours du calcul, la boucle sur k est intérieure à la boucle sur j . En effet, pour une valeur de j donnée (c'est-à-dire pour une caractéristique ξ donnée) dans le triangle I, le calcul s'effectue en faisant varier l'indice k des caractéristiques χ . On peut remarquer en outre que le calcul des variables le long de la caractéristique ξ_j ne nécessite que la connaissance des variables sur ξ_{j-1} . Il est donc inutile de conserver en mémoire les valeurs calculées sur les caractéristique d'indice inférieur à $j-1$.

Les variables sont donc placées dans des tableaux (un tableau par variable), de dimension égale au nombre de caractéristiques χ et mis initialement au zéro pour tenir compte de la nullité des variables sur ξ_1 .

Les variables t et χ sont placées dans des tableaux particuliers, car elles peuvent être connues dès que l'on a choisi le pas de calcul ($\Delta\chi$ et Δt).

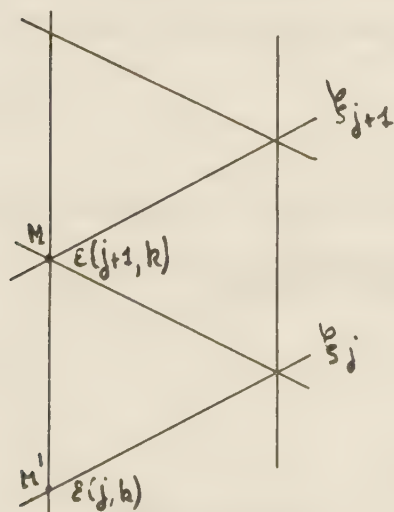


Figure A.3.8.

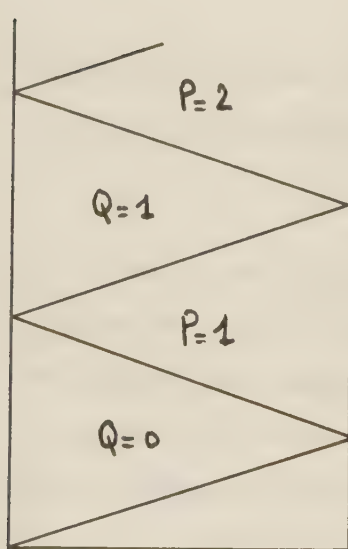
Lorsqu'on effectue le calcul en un point M , on place la valeur trouvée pour une variable en M , à la place de la valeur de cette même variable calculée au point M' sur la même caractéristique χ , et sur la caractéristique ξ précédente (Figure A.3.8.).

Cette façon de procéder permet, à la fin du calcul dans un triangle donné, de disposer, en mémoire, des valeurs des variables sur la première caractéristique η (ou ξ) du triangle suivant.

Pour passer au triangle suivant, il faudra inverser les tableaux de façon que la valeur affectée de l'indice $k = N_{\text{int}} + 1$ se trouve affectée de l'indice $k = 1$. Ainsi, le calcul qui s'est effectué dans le triangle I par exemple en progressant le long des caractéristiques ξ , se fera dans le triangle II de la même façon en progressant le long des caractéristiques η .

A.III.2.4. Déroulement du calcul.

Le calcul se faisant par triangles, on affectera l'indice Q à tous les triangles du type I et l'indice P aux triangles de type II (Figure A.3.9.).



Ces indices sont initialisés à zéro et augmenteront d'une unité chaque fois que le calcul dans un triangle de type opposé aura été effectué. La progression du calcul est indiquée sur la Figure A.3.10.

Le calcul s'arrête lorsque le temps devient égal à une valeur prédéterminée t_{fin} .

Figure A.3.9.

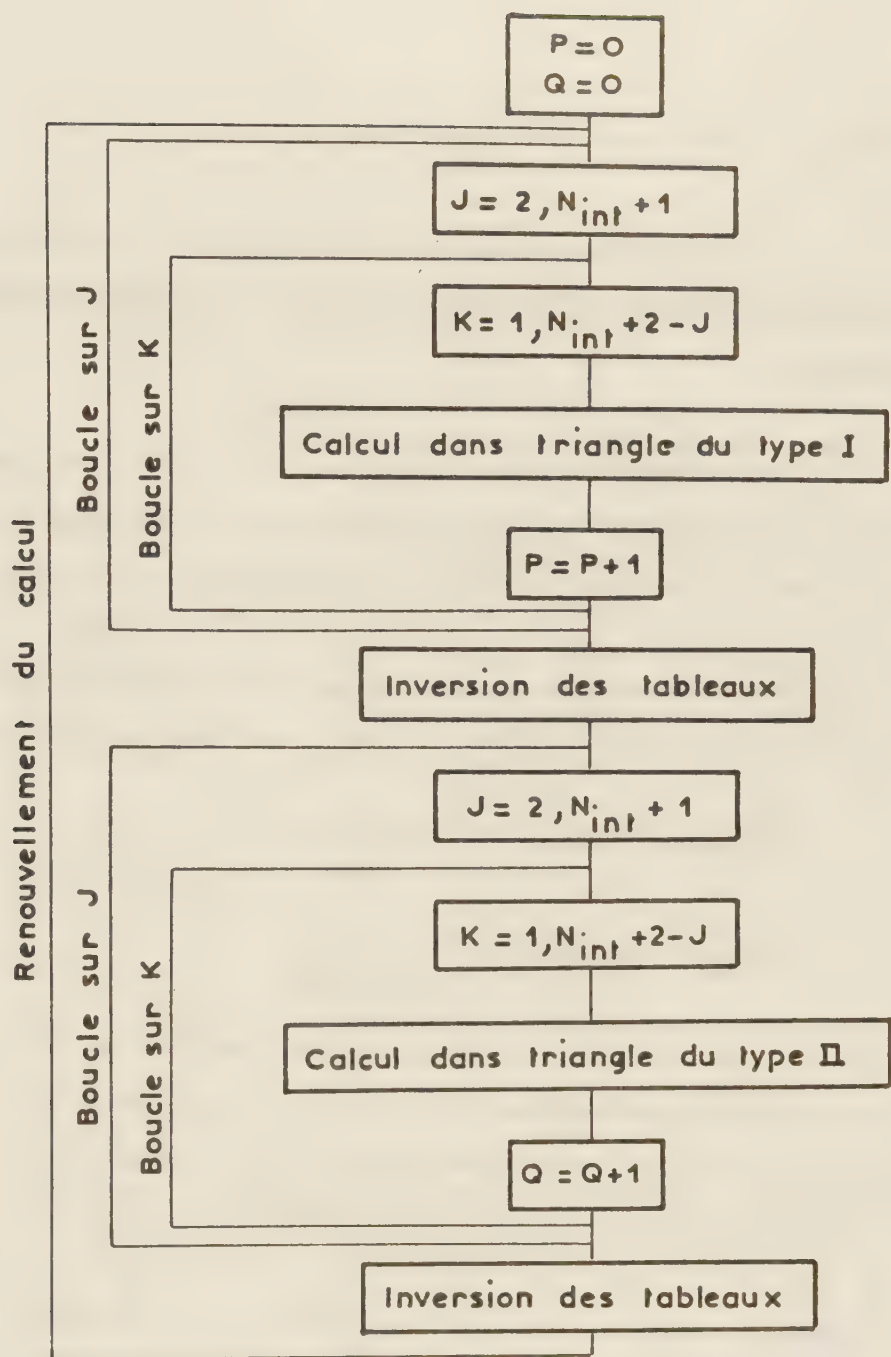


FIGURE A.3.10 Principe du déroulement du calcul

A.III.2.5. Sortie des résultats.

Il n'est évidemment pas nécessaire de connaître, en fin de calcul, les valeurs des variables en tous les points du réseau des caractéristiques.

Un second réseau ($\alpha = \text{cte.}$, $t = \text{cte.}$) est donc superposé au réseau des caractéristiques et seules les valeurs des variables aux points communs aux deux réseaux sont imprimées (Figure A.3.11.).

Ce réseau est appelé "réseau des résultats" et sa maille est déterminée par ses deux côtés : $\Delta\alpha_0$ et Δt_0 tels que :

$$\Delta\alpha_0 = k_1 \Delta\alpha = k_1 \frac{L}{N_{\text{int}}}$$

$$\Delta t_0 = k_2 \Delta t = k_2 \frac{2L}{C_0 N_{\text{int}}}$$

Afin que les caractéristiques $\alpha = 0$ et $\alpha = L$ appartiennent au réseau des résultats, de même que les droites $t = \frac{nL}{C_0}$ (n entier) (ce sont les droites passant par les sommets des triangles) k_1 et k_2 doivent remplir les conditions suivantes :

$$N_{\text{int}} = d_1 k_1 \quad \text{car} \quad L = \frac{N_{\text{int}} \Delta\alpha_0}{k_1} = d_1 \Delta\alpha_0$$

$$N_{\text{int}} = d_2 k_2 \quad \text{car} \quad \frac{2L}{C_0} = \frac{N_{\text{int}} \Delta t_0}{k_2} = d_2 \Delta t_0$$

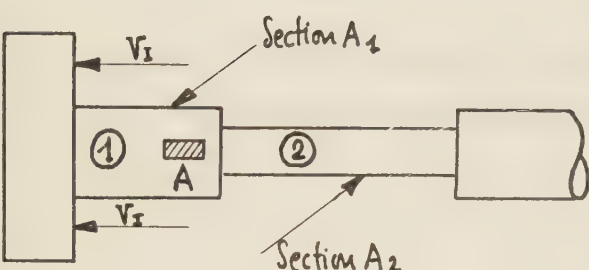
$$N_{\text{int}} = 2 d_3 k_2 \quad \text{car} \quad \frac{L}{C_0} = \frac{N_{\text{int}} \Delta t_0}{2 k_2} = d_3 \Delta t_0$$

d_1 , d_2 et d_3 étant des entiers.

A N N E X E I V

REFLEXION D'UNE ONDE A PROFIL LINEAIRE SUR

UN INTERFACE



Considérons la figure A.4.1. et étudions l'évolution du profil de l'onde dans le milieu ① au cours du temps, ainsi que le signal obtenu sur la jauge placée en A.

Figure A.4.1.

Soient :

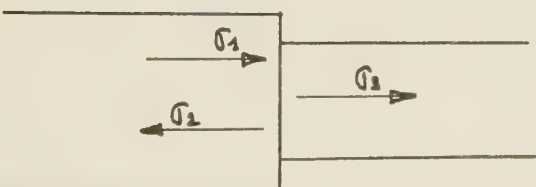
$$Z_1 = A_1 \rho_1 c_1$$

a.4.1.

$$Z_2 = A_2 \rho_2 c_2$$

les impédances mécaniques des deux matériaux. On suppose $Z_2 \ll Z_1$.
L'onde σ_2 (Figure A.4.2.) réfléchie à l'interface, est :

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left(1 - \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) \quad \text{a.4.2.}$$



En posant :

$$\varepsilon = \frac{Z_2}{Z_1}, \text{ il vient :}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left(1 - \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)$$

Figure A.4.2.

Soit :

$$\sigma_2 \sim \sigma_1 (1-2\varepsilon)$$

L'onde σ_1 se réfléchit presque totalement à l'interface des deux matériaux. La figure A.4.3. présente dans ce cas l'évolution du profil de l'onde dans le milieu ①, au cours du temps.

La figure A.4.4. présente le signal enregistré par la jauge placée en A (Figure A.4.1.) en fonction de la position du point A.

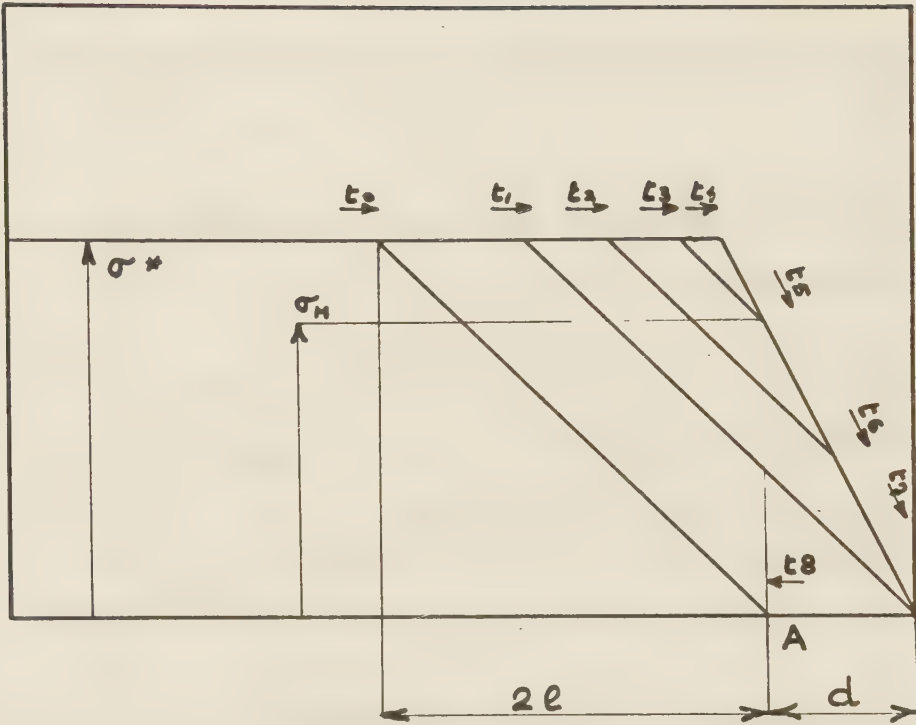


FIGURE A.4.3 Evolution du profil de l'onde de
contrainte dans le matériau ①

A

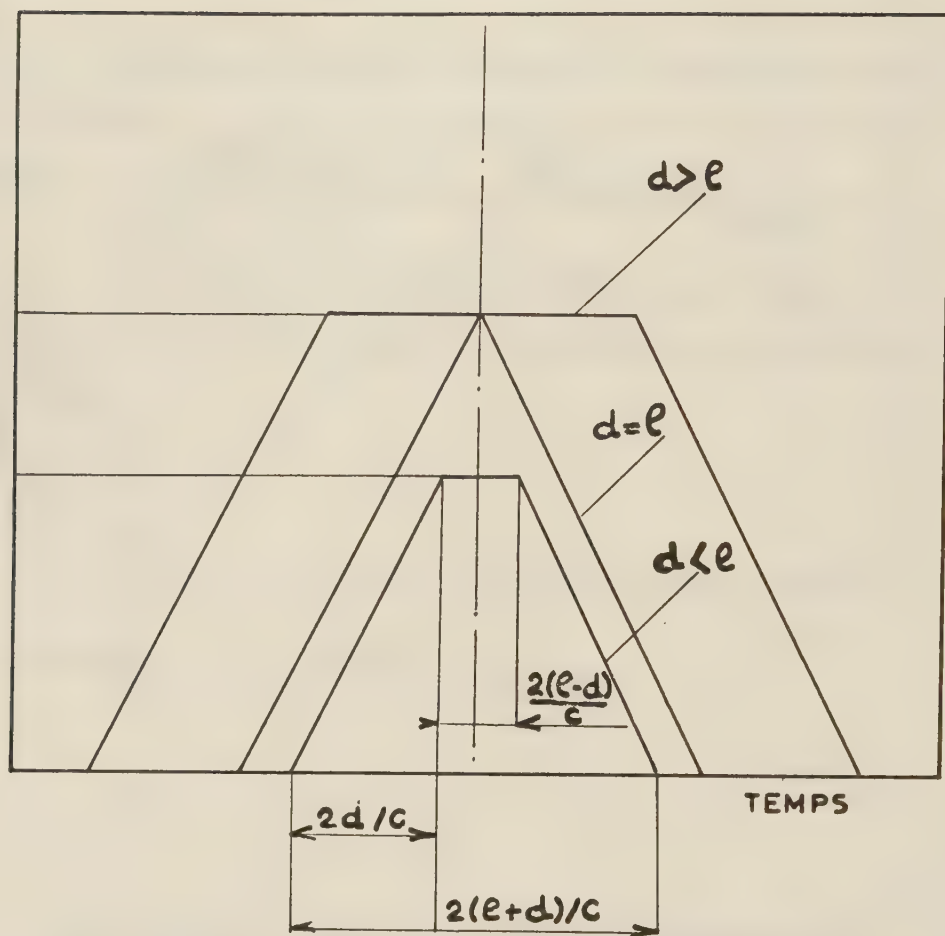


FIGURE A44 Contrainte en A en fonction de la position d du point A

T A B L E A U X

- TAB. A. Les différents régimes dynamiques de mise en charge (d'après LINDHOLM).
- TAB. B. Valeurs des constantes élastiques et des vitesses de propagation pour quelques matériaux (d'après KOLSKY).
- TAB. C. Valeur des paramètres caractérisant la multiplication des dislocations pour le fer et l'acier doux (d'après HAHN).
- TAB. D. Valeur des constantes n et τ_0 pour différentes températures.
- TAB. E. Composition et caractéristiques mécaniques de l'acier F 17. (d'après BOTTE).
- TAB. F. Masse du projectile et durée des essais pour une éprouvette d'acier.
- TAB. G. Détermination expérimentale des paramètres dans le cas du cuivre.

0

0

0

FIGURES

- Fig. 1.1. Courbe contrainte - déformation pour un matériau bilinéaire.
- Fig. 1.2. Propagation d'un ébranlement incrémental dans une barre préalablement mise sous contrainte.
- Fig. 1.3. Différentes catégories de machines d'impacts.
- Fig. 1.4. Dispositif de la barre d'HOPKINSON.
- Fig. 1.5. Notations employées.
- Fig. 1.6. Exemple type d'enregistrement avec échantillon (Balayage $20 \mu s$ / carreau).
- Fig. 1.7. Explication théorique de l'enregistrement de la Fig. 6.
- Fig. 1.8. Méthode graphique de calcul de la déformation.
- Fig. 1.9. Montage des jauges extensométriques en pont de WHEATSTONE pour la mesure des contraintes.
- Fig. 1.10. Propagation d'une onde dans un barreau.
- Fig. 1.11. Vitesses de phase pour des ondes de "dilatation" dans des barreaux cylindriques pour $\nu = 0,29$.

- Fig. 1.12. Vitesses de groupe pour des ondes de "dilatation" dans des barreaux cylindriques pour $\nu = 0,29$.
- Fig. 1.13. Profil du front d'onde.
- Fig. 1.14. Evolution de ξ en fonction de $\frac{\alpha}{t}$.
- Fig. 1.15. Courbe contrainte-déformation pour un matériau présentant un écrouissage linéaire.
- Fig. 1.16. Diagramme α - temps pour un barreau de longueur finie.
- Fig. 1.17. Courbes contrainte-déformation dans différentes sections dans le cas de la théorie de MALVERN (d'après MALVERN).
- Fig. 1.18. Profil de la déformation dans le cas de la théorie de MALVERN (d'après MALVERN).
- Fig. 1.19. Evolution de la densité de dislocations mobiles en fonction du temps (d'après JOHNSTON et GILMAN).
- Fig. 1.20. Courbes vitesse-contrainte pour des dislocations coin et vis dans le Fe Si mono. et polycristallin (d'après MOON et WREELAND).
- Fig. 1.21. Vitesse des dislocations en fonction de la contrainte appliquée, pour différents matériaux (d'après POPE et al.).
- Fig. 1.22. Diagramme force-déplacement pour une dislocation franchissant une barrière.

- Fig. 1.23. Courbe contrainte-température pour un mécanisme thermiquement activé.
- Fig. 2.1. Machine de traction.
- Fig. 2.2. Schéma du dispositif de traction.
- Fig. 2.3. Enregistrement en fonction du temps de la contrainte σ (courbe supérieure) et de la déformation ϵ , au voisinage de l'extrémité encastrée.
- Fig. 2.4. Caméra ultra-rapide. Schéma de principe.
- Fig. 2.5. Exemple d'enregistrement par caméra ultra-rapide.
- Fig. 2.6. Profils expérimentaux des déformations de trois éprouvettes de 30 mm en acier F 17 pour une vitesse de traction de 50 m s^{-1} .
- Fig. 2.7. Evolution expérimentale moyenne de la déformation dans une éprouvette de 30 mm soumise à un essai de traction à la vitesse de 50 m s^{-1} .
- Fig. 2.8. Chaîne de mesure.
- Fig. 2.9. Evolution de la contrainte, de la vitesse de déformation et de la fonction $g(\sigma, \epsilon)$ en fonction du temps dans la section d'encastrement.

- Fig. 2.10. Plan de glissement à 45° - Notation.
- Fig. 2.11. Allure de la fonction g . Modèle continu.
- Fig. 2.12. Evolution de la densité des dislocations en fonction de la déformation. Modèle discontinu.
- Fig. 2.13. Allure de la fonction g . Modèle discontinu.
- Fig. 2.14. Influence des différents paramètres sur le résultat du calcul.
- Fig. 2.15. Répartition de la déformation le long de l'éprouvette dans le cas de "blocage".
- Fig. 2.16. Evolution de la contrainte en fonction du temps dans différentes sections de l'éprouvette (calcul).
- Fig. 2.17. Evolution en fonction du temps de σ , ε , $\dot{\varepsilon}_p$ dans la section d'encastrement (théorie).
- Fig. 2.18. Répartition de ε le long de l'éprouvette.
- Fig. 2.19. Evolution de ε en fonction de t dans 3 sections de l'éprouvette.
- Fig. 2.20. Déformations expérimentale et théorique dans 3 sections.
- Fig. 2.21. Evolution de σ dans la section d'encastrement.
- Fig. 2.22. Comparaison des déformations expérimentales et théoriques.

Fig. A.4.1. Réflexion sur un interface.

Fig. A.4.2. Notations.

Fig. A.4.3. Evolution du profil de l'onde de contrainte incidente.

Fig. A.4.4. Contrainte en A en fonction de la position du point A.

